



**Hugo Joel Martins
Simões**

**Análise Pseudo-Dinâmica de um fole múltiplo de
uma Suspensão Pneumática**



**Hugo Joel Martins
Simões**

**Análise Pseudo-Dinâmica de um fole múltiplo de
uma Suspensão Pneumática**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica do Professor Doutor Francisco José Malheiro Queirós de Melo, Professor Associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.

o júri

presidente

Professor Doutor Robertt Angelo Fontes Valente
professor auxiliar do Departamento de Engenharia Macânica da Universidade de Aveiro

Professor Doutor Joaquim Alexandre de Oliveira Carneiro
professor auxiliar do Departamento de Física da Escola de Ciências da Universidade do Minho

Professor Doutor Joaquim Alexandre Mendes de Pinho da Cruz
Professor auxiliar convidado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

Professor Doutor Francisco José Malheiro Queirós de Melo
Professor Associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

agradecimentos

O mais profundo agradecimento e admiração ao Professor Doutor Francisco Queirós de Melo pelo desafio e incentivo à investigação, pelas altas competências científicas que possui e por toda a amizade, confiança e apoio ao longo de todo o trabalho desenvolvido.

Ao Professor Doutor António Bastos, pela cooperação, dedicação, disponibilidade e amizade.

A todos os companheiros e amigos pelo apoio, amizade e convívio.

À minha família, ponto fulcral de motivação e apoio para a conclusão desta etapa.

palavras-chave

Método Pseudo-Dinâmico (PsD), suspensão pneumática automóvel, pressão adiabática

resumo

O crescente desenvolvimento das técnicas e algoritmos de modelação analítica de estruturas permitiu a utilização em larga escala das técnicas de ensaio experimental. Estas, permitem não só a validação de modelos matemáticos mas também o esclarecimento de certos efeitos que, pela simulação por via analítica não são consensuais.

Neste trabalho é aplicada uma dessas técnicas de ensaio, o ensaio pseudo-dinâmico (PsD), para a análise de um fole pneumático de uma suspensão automóvel, que é elemento permutador de energia cinética em potencial e vice-versa. Este trabalho tem por base o algoritmo conhecido como Método da aceleração constante desenvolvido para a análise dinâmica de estruturas pelo engenheiro americano Nathan M. Newmark em 1959. Trata-se de um processo esse que introduz a ideia de parâmetros livres cuja variação acarreta modificações nos coeficientes das expressões que permitem intensificar características consideradas úteis.

Através do método pseudo-dinâmico (PsD) foi possível uma simulação bastante precisa do comportamento dinâmico do fole pneumático em estudo. Esta metodologia também permitiu obter em qualquer estado de deformação do acessório ensaiado, a sua constante de rigidez (K), parâmetro importante na caracterização do comportamento vibratório de todo o sistema. Além disto, foram efectuados sobre o mesmo elemento, um conjunto de ensaios não destrutivos a fim de avaliar o seu comportamento oscilatório.

Para tal foi elaborado um programa que permite obter de modo iterativo a determinação do deslocamento do sistema dinâmico mola e massa (um grau de liberdade) em função da força externa variável no tempo. A mola do sistema tem rigidez variável devido à compressão adiabática do ar, proporcionando um estudo mais elaborado do que a teoria disponível sobre o comportamento dinâmico de sistemas lineares.

keywords

Pseudo-Dynamic methods, pneumatic automotive suspensions, adiabatic pressure

abstract

The constant development of algorithms in the numerical modeling of the behavior and integrity assessment in structural construction has motivated in a large scale the simultaneous innovation in experimental methodologies. These last techniques largely contributed to clarify some non-consensual aspects that were abbreviated in the numerical approaches (as an accurate modeling of the structure boundary conditions) and in a more important step, the validation of the analytic models.

This work describes the application of one method to approach the behavior of dynamically stressed structures; that are Pseudo-Dynamic (PsD), Techniques in the behavior simulation of the elastic element of a suspension for automotive applications; that is a pneumatic bellow working as the suspension spring. The PsD technique has as numerical tool the NEWMARK constant acceleration method, a very reliable time integration algorithm given its stability and easy-to-program in computer procedures

This work has also included a set of non-destructive tests aiming the evaluation of the effective mechanical characteristic of the accessory when subjected to prescribed large displacements, as occurring in run. As result of this step of this work, the computer program included in the PsD procedure was developed to include at each time step of the calculations, the actual stiffness of the elastic element in study, corrected with an adiabatic pressure evolution due to the sharp thermodynamic variation state with time. As the elemental theory on linear dynamic systems does not approach satisfactory the behavior of the pneumatically controlled stiffness components, more elaborate solutions were achieved with the use of iterative methods described in the study.

CONTEÚDO

LISTA DE FIGURAS	3
LISTA DE TABELAS	5
1. ENQUADRAMENTO.....	7
1.1. Objectivos	7
1.2. Estrutura da Dissertação.....	9
1.3. Introdução.....	10
1.3.1. Suspensão Automóvel	12
1.3.2. Suspensão Pneumática.....	14
1.4. Síntese do Capítulo 1	18
2. MODELOS DINÂMICOS DE SISTEMAS EM VIBRAÇÃO	19
2.1. Introdução: Caracterização e Parametrização do Estudo	19
2.2. Equação diferencial do equilíbrio em Regime Dinâmico	20
2.2.1. Regime Livre	20
2.2.2. Regime Forçado	23
2.3. Análise prática do comportamento dinâmico.....	26
2.4. Síntese do Capítulo 2	27
3. MÉTODOS DE MODELAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL	29
3.1. Métodos Específicos de Análise Dinâmica	29
3.1.1. Método Pseudo-Dinâmico.....	29
3.1.2. Aplicação do Método PsD na Indústria Automóvel	32
3.2. Síntese do Capítulo 3	34
4. MÉTODO UTILIZADO	35
4.1. Implementação do Método em MATLAB™	37
4.2. Síntese Capítulo 4	38

5.	MODELAÇÃO ANALÍTICA	39
5.1.	Considerações essenciais	39
5.2.	Comportamento Termodinâmico do gás sob pressão	39
5.2.1.	Compressão e Expansão Isotérmicas	40
5.2.2.	Compressão e Expansão Adiabáticas	40
5.3.	Modelo de membrana: equilíbrio e deformação	41
5.3.1.	Modelo estrutural simples	41
5.3.2.	Constante Elástica da Mola – Teorema dos Trabalhos Virtuais	45
5.4.	Resposta Estática da Mola	47
5.4.1.	Compressão reversível do gás no fole da suspensão	47
5.4.2.	Compressão irreversível do gás no fole da suspensão	49
5.5.	Síntese Capítulo 5	51
6.	ENSAIOS EXPERIMENTAIS	53
6.1.	Síntese Capítulo 6	55
7.	TESTES E RESULTADOS	57
7.1.	Curvas de Comportamento do acessório testado	57
7.2.	Ensaio efectuados	61
7.3.	Comparação dos Ensaio efectuados	65
7.4.	Ensaio de Histerese	69
7.5.	Ensaio a baixa pressão (2bar)	71
7.6.	Síntese Capítulo 7	72
8.	MODELAÇÃO NUMÉRICA	73
8.1.	Características e Propriedades da Membrana	73
8.1.1.	Ensaio Efectuados	73
8.2.	Caracterização da Membrana	74
8.3.	Simulações Numéricas	76
8.3.1.	Elaboração de um modelo baseado em estruturas tipo membrana	77
8.4.	Simulações Numéricas	79
8.4.1.	Simulação Fole Pneumático	79
8.5.	Síntese Capítulo 8	82
9.	CONCLUSÕES	83
10.	TRABALHOS FUTUROS	85
	REFERÊNCIAS	87

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fole pneumático utilizado no trabalho.....	8
Figura 2 – Imagem do ensaio pseudo-dinâmico efectuado.	11
Figura 3 – Sistema de suspensão automóvel tipo McPherson ^[3]	12
Figura 4 – Principais tipos de suspensão utilizados em veículos comerciais, a) Suspensão formada por molas em feixe de lâminas; b) Suspensão formada por molas pneumáticas; c) Suspensão formada por viga-eixo ^[4]	14
Figura 5 – Primeira mola pneumática desenvolvida e patenteada por John Lewis ^[5]	15
Figura 6 – Diferentes tipos de molas pneumáticas ^[6]	15
Figura 7 – Exemplo de suspensão pneumática usada em veículos pesados ^[7]	16
Figura 8 – Exemplo de uma bogie da Siemens AG ^[8]	17
Figura 9 – Bogie do TGV ^[9]	17
Figura 10 – Sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade.	20
Figura 11 – Factor de amplificação dinâmico para um sistema amortecido com 1G.L. ^[11]	26
Figura 12 – Estruturas tipo pórtico multicelular sob esforços sísmicos; (a) configuração de base, (b) e (c) modelos dinâmicos simplificados com massas concentradas e apenas deslocamentos horizontais ^[14]	30
Figura 13 – Test-Rig da Prost - Formula 1 ^[15]	30
Figura 14 – Esquema do sistema base de testes pseudo-dinâmicos ^[14]	31
Figura 15 – Vista geral do equipamento usado por Carneiro et al (2002) ^[14]	33
Figura 16 – Unidade de accionamento hidráulico para teste dinâmico de bancos de automóvel ^[19]	33
Figura 17 – Parte do código MATLAB™, que serviu de base aos ensaios realizados.	37
Figura 18 – Secção transversal de mola-fole pneumática ^[23]	41
Figura 19 – Módulos de volumes integrando uma almofada toroidal para suspensão pneumática.....	41
Figura 20 – Modo de deformação do fole combinado.....	42
Figura 21 – Modelo equivalente ao fole de suspensão.....	42
Figura 22 – Compressão de gás num cilindro.....	43
Figura 23 – Esquema do fole utilizado.	44
Figura 24 – Compressão da membrana toroidal e área diferencial.....	46
Figura 25 – Variação da constante elástica pneumática do fole em função do volume interno.....	48
Figura 26 – Variação da constante elástica pneumática do fole em função da pressão interna.....	49

Figura 27 – Comparação da rigidez do fole anterior em regime de compressão adiabática e isotérmica.	50
Figura 28 – Máquina de ensaios universal Shimadzu AG-50kNG.....	53
Figura 29 – a) Representação do sistema de 1 G.L.; b) Representação esquemática dos ensaios realizados.....	54
Figura 30 – Esquema pneumático dos ensaios realizados.	55
Figura 31 – Comportamento Ensaio 1.....	58
Figura 32 – Comportamento Ensaio 2.....	58
Figura 33 – Comportamento Ensaio 3.....	59
Figura 34 – Comportamento Ensaio 4.....	59
Figura 35 – Comportamento Ensaio 5.....	60
Figura 36 – Comportamento Ensaio 6.....	60
Figura 37 – Resultado Ensaio 1.....	61
Figura 38 – Resultado Ensaio 2.....	62
Figura 39 – Resultado Ensaio 3.....	62
Figura 40 – Resultado Ensaio 4.....	63
Figura 41 – Resultado Ensaio 5.....	64
Figura 42 – Resultado Ensaio 6.....	64
Figura 43 – Comparação Ensaio 1 e 2.	65
Figura 44 – Comparação Ensaio 3 e 4.	65
Figura 45 – Comparação Ensaio 5 e 6.	66
Figura 46 – Comparação Ensaio 1 e 5.	66
Figura 47 – Comparação Ensaio 2 e 6.....	67
Figura 48 – Comparação Ensaio 1 e 3.	68
Figura 49 – Comparação Ensaio 2 e 4.	68
Figura 50 – Ensaio carga/descarga, mostrando o comportamento de histerese do fole pneumático.....	69
Figura 51 – Ensaio carga/descarga, mostrando o comportamento de histerese do fole pneumático.....	70
Figura 52 – Ensaio a baixa pressão (2bar).	71
Figura 53 – Imagem dos ensaios efectuados.	73
Figura 54 – Resultado gráfico do ensaio do provete.....	74
Figura 55 – Fase final do ensaio, depois da ruptura do provete.....	75
Figura 56 – Representação esquemática do provete utilizado nos ensaios.	75
Figura 57 – Fole pneumático modelado em CATIA™.	79
Figura 58 – Malha de elementos de ¼ do modelo (1ª tentativa de simulação).	80
Figura 59 – Modelação e malha de elementos do modelo utilizado nas simulações numéricas.	80
Figura 60 – Comparação entre o ensaio experimental e os modelos simulados numericamente.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Variação da rigidez do fole com o volume.....	48
Tabela 2 – Variação da rigidez do fole com a pressão.	49
Tabela 3 – Comparação da rigidez do fole entre compressão isotérmica e adiabática.....	50
Tabela 4 – Ensaaios efectuados.....	57

1. ENQUADRAMENTO

1.1. Objectivos

Este trabalho tem como objectivo apresentar um método de simulação do comportamento de uma suspensão para veículos automóveis. A suspensão é um sistema de controlo e estabilidade da marcha de veículos automóveis, contribuindo também em elevado grau para o conforto dos ocupantes. O trabalho apresentado tem antecedentes relacionados com o desenvolvimento de algoritmos em ambiente MATLAB™. Neste trabalho, foi modelado o comportamento mecânico de uma estrutura tipo membrana que consiste no fole pneumático a integrar no tipo de suspensão aqui analisada. Numa fase inicial, os conceitos referentes ao equilíbrio e deformação de estruturas tipo membrana de revolução foram usados para a formulação do modelo do componente. Várias fontes de consulta referentes a cascas de revolução oferecem uma concisa e rigorosa análise sobre as forças de equilíbrio e do modo de deformação. Para o estudo a seguir apresentado, foi seguido Timoshenko e Krieger (1978)^[1].

Uma vez que o fole tem um volume interno cheio de ar (normalmente, mas nalgumas aplicações pode ser um gás inerte, como nitrogénio), a pressão interna modifica-se de acordo com a variação de volume a que é submetido o fole. Por estudos de termodinâmica sabe-se que, se a variação de volume se efectuar lentamente, pode-se ter uma compressão ou expansão isotérmica, de acordo com a lei de Boyle-Mariotte^[2]. Pelo contrário, variações rápidas (mais realistas neste tipo de acessório) levam a transformações adiabáticas, podendo a pressão ser relacionada com o volume através de uma lei exponencial com um coeficiente γ designado por coeficiente adiabático. Verifica-se por isso que o sistema a analisar tem um comportamento acentuadamente não-linear, o que cria dificuldades à tentativa de obtenção de soluções analíticas sob forma fechada para explicar o comportamento dinâmico deste sistema de suspensão.

Posteriormente, a fim de aprofundar mais a simulação numérica do comportamento estrutural de foles de suspensão, este será modelado por elementos finitos.

O estado de deformação e consequente estado de tensão é determinado de modo incremental prescrevendo pequenos deslocamentos num anel do fole (como explicado mais adiante no capítulo 4) e recalculando a pressão interna do ar como resultado do deslocamento imposto (o que significa uma alteração do volume). Uma das etapas do trabalho consiste em definir uma função de variação da pressão em função do deslocamento.

Uma vez que os deslocamentos incrementais, embora pequenos, surgem a elevada velocidade, a variação da pressão interna em função do deslocamento seguirá uma lei adiabática real (expoente estimado por consulta em manuais de Termodinâmica^[2]). Com base neste estudo, definir-se-á a característica mecânica para a mola, a qual pode estar disponível sob a forma de uma expressão de inclusão expedita num programa de computador. A figura 1 mostra o fole pneumático utilizado neste trabalho.



Figura 1 – Fole pneumático utilizado no trabalho.

1.2. Estrutura da Dissertação

Esta dissertação é composta por dez capítulos. São descritos seguidamente os conteúdos de cada um.

- **Capítulo 1:** Nesta primeira parte apresentam-se os tópicos envolvidos e tratados durante o desenvolvimento da dissertação, explicam-se conceitos relativos ao papel desempenhado pelas suspensões na segurança dos veículos e no conforto, na medida em que absorvem e destituem energia mecânica.
- **Capítulo 2:** Passam-se em revista neste capítulo os conceitos analíticos na formulação do comportamento dinâmico de um sistema de um grau de liberdade (1 G.L.). Foi ainda igualmente revisto um método prático de consulta gráfica (o *factor de amplificação dinâmica*) permitindo verificar o efeito do factor de amortecimento numa estrutura em função da razão entre a frequência de excitação e a frequência natural.
- **Capítulo 3:** São apresentados nesta secção os princípios básicos de operação do Método Pseudo-Dinâmico (PsD). São descritos alguns exemplos da aplicação do método, em particular a sua aplicação na Indústria Automóvel.
- **Capítulo 4:** Apresentam-se alguns aspectos que levaram à obtenção e posterior desenvolvimento do Método PsD neste trabalho. É também apresentada uma breve descrição do programa comercial MATLAB™, tendo em conta a implementação do método.
- **Capítulo 5:** Foi estabelecida uma modelação simples baseada na interacção entre as propriedades termodinâmicas de um gás e a força necessária para o comprimir ou expandir, num volume semelhante a um fole de suspensão automóvel.
- **Capítulo 6:** Neste ponto é analisado e descrito todo o sistema, em especial o pneumático, que serviu de base à realização dos ensaios experimentais.
- **Capítulo 7:** Nesta secção do trabalho são confrontados e discutidos os resultados obtidos através da realização dos ensaios experimentais. São ainda considerados os factores relevantes em termos do comportamento do sistema.
- **Capítulo 8:** É apresentada a modelação numérica por elementos finitos do fole. É analisada em particular a membrana, para que se estabeleça da melhor maneira cada uma das leis constitutivas para o material hiperelástico em causa.
- **Capítulo 9:** Neste capítulo apresentam-se as conclusões gerais e discutem-se os resultados obtidos na realização deste trabalho.
- **Capítulo 10:** São apresentadas algumas propostas de trabalho possíveis de desenvolver no futuro.

1.3. Introdução

A investigação na área do comportamento dinâmico de estruturas tem recebido importante motivação da realização de projectos na área de engenharia automóvel. Este meio de transporte, tal como o comboio e o autocarro, foram sem dúvida algumas das mais importantes criações do génio humano. Inúmeros trabalhos e estudos têm sido levados a cabo no sentido de dotar os veículos de um maior conforto e segurança. O sistema de suspensão, sendo um conjunto altamente responsável pelo bom desempenho e conforto nos transportes, não só nos terrestres, mas também os aéreos (veja-se o caso dos trens de aterragem) é um dos vectores de apurada atenção por parte de projectistas e investigadores. A evolução dos veículos a vários níveis como a aerodinâmica, a potência, a velocidade ou os materiais, aliada às exigências dos consumidores e dos órgãos governamentais incitam a que o projecto das suspensões evolua tecnicamente de maneira a proporcionar maior segurança e conforto.

Os sistemas convencionais apresentam vantagens ao nível do fabrico, da montagem e da manutenção. No entanto, principalmente nos veículos pesados e nos veículos ferroviários, o maior peso a transportar implica que alguns componentes tenham dimensões desfavoráveis, para que o grau de rigidez necessário ao desejado desempenho das suspensões corresponda às especificações do projecto. De entre as várias soluções que têm sido estudadas realça-se a adopção generalizada da suspensão pneumática, aplicada não só aos veículos anteriormente referidos, mas também, aos veículos ligeiros de passageiros.

O comportamento dinâmico das estruturas pode ser reproduzido através de dois processos alternativos: modelação analítica ou modelação experimental. O primeiro processo consiste em desenvolver um modelo matemático que reproduza o comportamento das estruturas quando sujeitas a acções supostamente conhecidas. Nos casos em que o número de graus de liberdade, associado à complexidade de forma e número de materiais participantes no sistema seja de tal modo elevado que algoritmos simples não possam ser aplicados, então uma alternativa bastante atractiva consiste no uso do método dos elementos finitos.

Muitas vezes é necessário validar as modelações numéricas, porque na grande maioria de projectos não é totalmente possível modelar de modo realista as condições de fronteira do sistema ou o comportamento de elementos destinados à dissipação de energia (amortecedores, por exemplo). Deste modo, a adopção de modelos aproximados, obriga à sua verificação experimental. Tais ensaios têm por objectivo a recolha de informações estruturais que permitam extrapolar o comportamento face a acções dinâmicas. Os testes experimentais podem ser realizados sobre estruturas à escala real ou reduzida, sujeitando-as a acções dinâmicas, eventualmente controladas, mas que reproduzam do modo mais fiel possível o espectro de solicitações a esperar para o sistema em serviço. Esta abordagem tem conhecido nas duas últimas décadas um desenvolvimento notável. Devendo-se este facto à generalização das técnicas e equipamentos experimentais a par da crescente necessidade de aferição e validação de modelos matemáticos desenvolvidos anteriormente.

A modelação experimental de estruturas tem permitido esclarecer algumas dificuldades registadas na modelação analítica em múltiplos aspectos, a saber: a contribuição dos elementos estruturais e não estruturais, a interacção entre o solo e a estrutura ou ainda o comportamento físico e geometricamente não linear. A caracterização experimental do comportamento dinâmico das estruturas pode, de acordo com os objectivos particulares, ser realizada através de vários métodos, entre os quais: ensaios quase estáticos de componentes ou subestruturas, ensaios em mesa vibratória de modelos físicos (efectuados em tempo real), habitualmente à escala reduzida e ensaios pseudo-dinâmicos de componentes (tal como realizado neste estudo, figura 2, de subestruturas ou de estruturas (estes efectuado em tempo dito “virtual”)).



Figura 2 – Imagem do ensaio pseudo-dinâmico efectuado.

O uso dos ensaios pseudo-dinâmicos permitirá uma adequada análise dinâmica utilizando um processo de ensaio quase-estático, o que os torna menos dependentes de equipamentos dispendiosos. Além disto, permite desenvolver ensaios não destrutivos, já que o processo é acompanhado passo a passo, podendo ser interrompido a qualquer momento. Esta técnica é restrita a modelos simples de um só grau de liberdade.

1.3.1. Suspensão Automóvel

Nesta secção refere-se brevemente a constituição e aplicações dos sistemas de suspensão como molas de deformação mecânica (ditas simplesmente de “molas mecânicas”). A suspensão de um veículo tem como principal objectivo diminuir as vibrações transmitidas ao veículo e aos ocupantes. A suspensão “filtra” pois, as acções dinâmicas resultantes das irregularidades do piso transmitidas ao veículo durante a marcha. Assim, a estabilidade e suavidade de marcha do veículo proporcionada pela suspensão, caracteriza-se por conservar a posição longitudinal e transversal normal ao plano sobre o qual o veículo se desloca. O conforto e estabilidade mencionados, estão relacionados com todo o conjunto dos componentes da suspensão, onde importa salientar os amortecedores, molas, barras estabilizadoras, casquilhos, rótulas e braços de suspensão. No caso dos veículos ligeiros de passageiros, a suspensão actualmente mais usada é do tipo McPherson como ilustrado na figura seguinte.



Figura 3 – Sistema de suspensão automóvel tipo McPherson^[3].

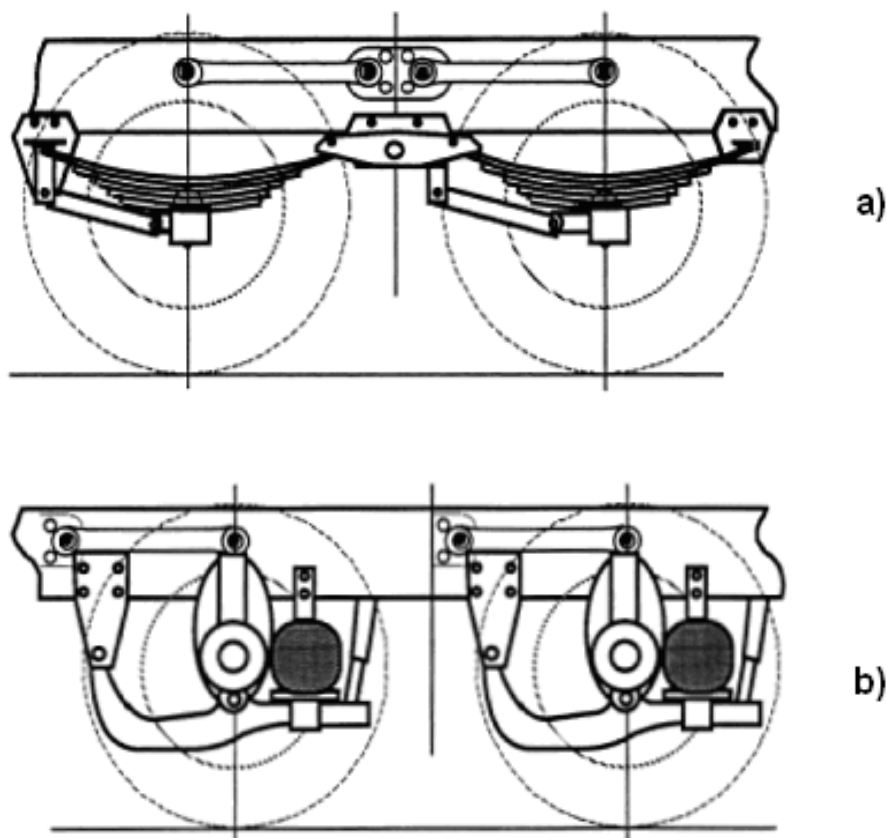
No âmbito deste trabalho importa valorizar um dos componentes, neste caso a mola, realçando a sua importância e contributo para um sistema de suspensão eficaz.

Há vários tipos de molas, as molas de torção, em que a execução mais conhecida e utilizada é a mola helicoidal, as molas semi-elípticas utilizadas principalmente em veículos de carga e as molas pneumáticas. Sendo o estudo deste último tipo a verdadeira motivação deste trabalho.

A mola, como componente de uma suspensão, desempenha um papel importante ao nível da eficácia da suspensão uma vez que absorve todos os impactos das rodas com o solo. No entanto, esta não é totalmente eficaz quando instalada sozinha, uma vez que quando é comprimida, a energia acumulada produz vários movimentos de extensão e compressão fazendo o veículo oscilar, comprometendo, por isso, a sua estabilidade e condução. Para combater este problema, surgiu o amortecedor. O amortecedor diminui progressivamente a amplitude do movimento, acabando com a oscilação.

Pese embora os diferentes tipos de molas utilizados, o tipo de suspensão de um automóvel é caracterizado pela maneira como as rodas estão ligadas ao chassis do veículo, por isso são de considerar as suspensões de eixo rígido, independentes, pneumáticas e hidropneumáticas.

Actualmente, os três tipos de suspensão mais usados para veículos pesados são as molas em feixes de lâminas, conforme a figura 4-a), molas pneumáticas (figura 4-b)) e por viga-eixo (figura 4-c)).



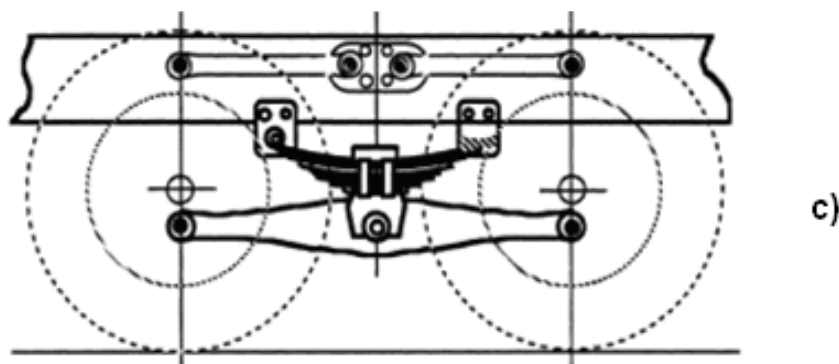


Figura 4 – Principais tipos de suspensão utilizados em veículos comerciais, a) Suspensão formada por molas em feixe de lâminas; b) Suspensão formada por molas pneumáticas; c) Suspensão formada por viga-eixo^[4].

A suspensão tipo feixe de lâminas possui um mecanismo nivelador de carga entre as extremidades das duas molas localizadas no mesmo lado do veículo. Este mecanismo permite que haja um ajuste de carga entre os eixos, inclusive durante a interacção entre o veículo e pavimento durante a vibração das molas a alta velocidade.

Já a suspensão formada por viga de eixo possui uma viga em cada lado do veículo que conecta os dois eixos. A mola é conectada por meio de pivôs ao centro da viga de eixo. Essa suspensão é muito boa para o nivelar da carga estática, mas não possui igual desempenho quando se tratam de vibrações em altas velocidades.

A suspensão por molas pneumáticas comporta-se como duas suspensões a ar independentes por causa da acção moderada do sistema pneumático de carga empregado.

1.3.2. Suspensão Pneumática

A história da suspensão pneumática remonta a mais um Século. Efectivamente, foi em 1847, apenas três anos depois de Charles Goodyear ter recebido a patente da vulcanização da borracha, que foi concedida ao inventor John Lewis a primeira relacionada com este tipo de suspensão (U. S. Patent No. 4, 965 - "Pneumatic Springs for Railroad Cars, Locomotives, Burden-Cars, Bumpers & C")^[5], como se pode verificar na figura 5.

No entanto, a invenção de Lewis estava cerca de um Século à frente da expansão da tecnologia inerente ao fabrico, produção e desenvolvimento da borracha. Foi necessário esperar até depois da segunda Guerra Mundial, para que, com o avanço da tecnologia dos polímeros, a suspensão pneumática sofresse uma enorme expansão.

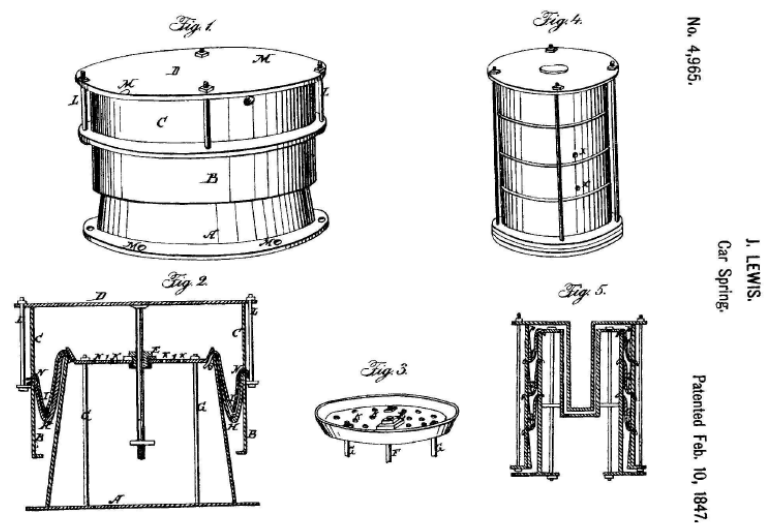


Figura 5 – Primeira mola pneumática desenvolvida e patenteada por John Lewis^[5].

Foi então na década de 40, mais precisamente em 1938, também nos Estados Unidos da América pela empresa FIRESTONE™, que surgiu este tipo de suspensão. Inicialmente este sistema focalizou-se na melhoria da estabilidade e comportamento dos automóveis de competição. Mais tarde, na década seguinte, este sistema foi incorporado experimentalmente em autocarros e comboios tendo como finalidade a redução dos choques e vibrações transmitidas ao veículo e aos passageiros^[6].

Dado o tremendo sucesso do sistema, este foi adoptado e desenvolvido por algumas marcas de automóveis, com o intuito de estabilizar o veículo quando carregado.



Figura 6 – Diferentes tipos de molas pneumáticas^[6].

Este sistema baseia-se na compressibilidade elástica dos gases encerrados sob pressão numa câmara de volume variável, normalmente composta por borracha sintética ou neoprene (figura 6), podendo ser inserida em conjunto ou substituindo as tradicionais molas mecânicas. A grande compressibilidade do gás e a flexibilidade da estrutura, tipo membrana envolvente, permite a utilização de uma gama alargada de pressões de funcionamento. Por isso, este tipo de suspensão proporciona rapidamente a pressão de equilíbrio apropriada a todo o tipo de utilização do veículo, de tal forma que a altura do veículo permaneça constante em relação ao solo.



Figura 7 – Exemplo de suspensão pneumática usada em veículos pesados^[7].

Actualmente há inúmeras marcas automóveis que utilizam sistemas de suspensão pneumáticos totalmente automatizados e programáveis, como substituição dos tradicionais sistemas. A generalização deste sistema deve-se às características únicas referidas anteriormente, que o tornam numa mais valia para qualquer veículo rodoviário, atendendo a muitas necessidades específicas, quer a nível prático, quer a nível estético.

Além disso, salienta-se a melhoria evidente no conforto para os passageiros, a melhoria da estabilidade do veículo e consequente melhoria na condução e, não menos importante, a melhoria da vida útil de muitos dos componentes do veículo. Como indicado anteriormente este sistema é utilizado em larga escala no transporte ferroviário (figuras 8 e 9) além do transporte rodoviário de passageiros e mercadorias (figura 7).

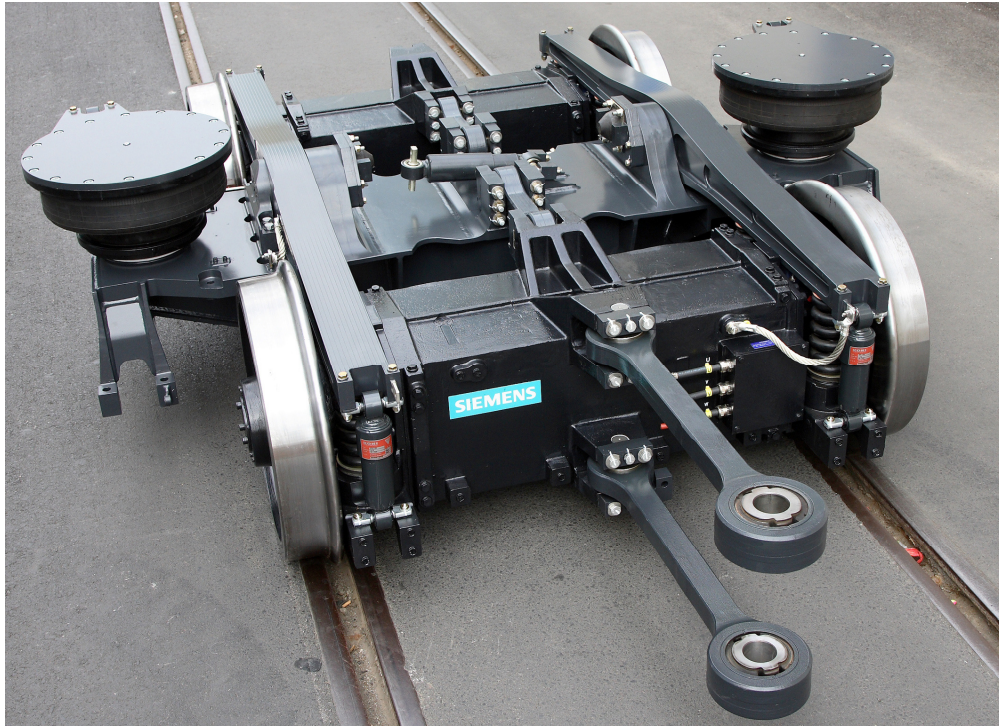


Figura 8 – Exemplo de uma bogie da Siemens AG^[8].

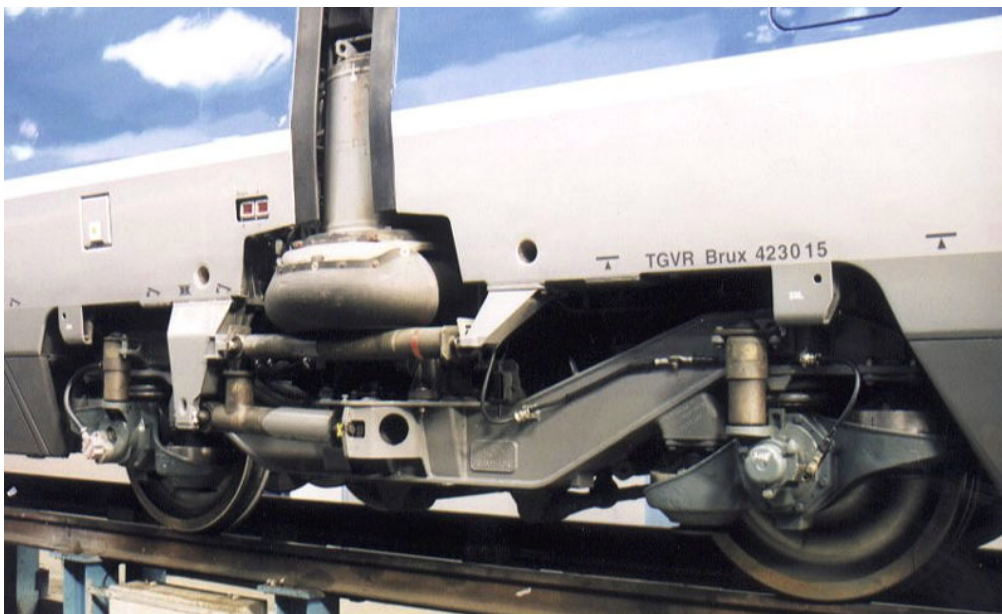


Figura 9 – Bogie do TGV^[9].

O capítulo seguinte aborda os modelos dinâmicos do sistema, introduzindo a mecânica vibratória aplicada à análise de sistemas de suspensões.

O modelo dinâmico de um grau de liberdade é estudado em particular, já que é este que serve de base a todo o trabalho desenvolvido pelo método pseudo-dinâmico.

1.4. Síntese do Capítulo 1

O presente trabalho tem como objectivo apresentar um método de simulação do comportamento de uma suspensão para veículos automóveis. Esta permite manter o controlo e estabilidade da marcha dos veículos automóveis. Além disso contribui para um melhor conforto dos ocupantes. Existem vários tipos de suspensão, as mais comuns em veículos pesados são as molas em feixes de lâminas, por viga-eixo e as molas pneumáticas.

O comportamento da suspensão estudada, a pneumática, obedece a leis Termodinâmicas, uma vez que se a variação de volume se efectuar lentamente, pode-se ter uma compressão ou expansão isotérmica, de acordo com Boyle-Mariotte, ao passo que variações rápidas (mais realistas neste tipo de acessório) levam a transformações adiabáticas. Esta relação mostra que o sistema tem um comportamento acentuadamente não-linear, criando dificuldades à obtenção de soluções analíticas para explicar o comportamento dinâmico deste sistema de suspensão.

2. MODELOS DINÂMICOS DE SISTEMAS EM VIBRAÇÃO

2.1. Introdução: Caracterização e Parametrização do Estudo

O estudo da vibração compreende a interacção mecânica entre o sistema de forças externas e a reacção do sistema vibratório. Estas reacções envolvem a resposta elástica do sistema vibratório e as forças de inércia. Trata-se pois da interacção massa-elasticidade em mecanismos solicitados dinamicamente, em regime linear-elástico.

À repetição periódica do movimento de sistemas mecânicos possuindo massa e elasticidade chama-se vibração. Existem vários tipos de vibração, quer em forma, quer em direcção. Importa salientar a vibração livre e a vibração forçada. A vibração livre ocorre quando o corpo oscila devido ao efeito combinado entre a aquisição (ou restituição) de energia cinética. Esta deve-se à componente inercial (massa da estrutura) e à componente de energia potencial, que por sua vez resulta da elasticidade da estrutura. O processo é reversível, passando a energia da componente elástica a devolver energia à componente inercial, que por sua vez adquire energia cinética na ausência de qualquer força externa. O sistema assim descrito é conservativo e a energia total permanece constante, havendo lugar à permuta de energia potencial em cinética e vice-versa. Se houver perda de energia total contida no sistema, então há mecanismos dissipativos ou de amortecimento. Neste caso, a amplitude de vibração livre diminui até se tornar insignificante, dependendo do grau de amortecimento.

O sistema pode vibrar com uma ou mais frequências naturais de acordo com a distribuição da sua massa e rigidez. No que diz respeito à vibração forçada, esta resulta da aplicação de forças externas ao sistema. Se a excitação é oscilatória, o sistema vibra com a frequência de excitação. Se, pelo contrário, a excitação imposta no sistema for coincidente com uma das frequências naturais do sistema, então o sistema entra em ressonância.

Todos os sistemas de vibração reais estão sujeitos a um certo grau de amortecimento, nem que seja apenas pelo atrito gerado no contacto com o ar ou havendo interacção por contacto tribológico com outras superfícies. Contudo, em muitos casos o amortecimento nem sequer é considerado, uma vez que pode ser pretendido estudar o pico de tensão de sistemas deformáveis onde falta amortecimento. Trata-se pois do dimensionamento efectuado por uma questão de segurança, em que se admite que a estrutura possa suportar solicitações dinâmicas não amortecidas.

Dentro destes sistemas, destaca-se naturalmente o de um grau de liberdade (1 G.L.) uma vez que é sobre ele que recai o método utilizado neste trabalho.

É caracterizado pela vibração de uma única forma ou modo e, por isso, requer simplesmente uma coordenada independente para verificar completamente a localização geométrica das massas do sistema no espaço. Muitos casos de estruturas sob solicitação dinâmica podem ser aproximados com boa precisão usando modelos com apenas um grau de liberdade^[10].

2.2. Equação diferencial do equilíbrio em Regime Dinâmico

2.2.1. Regime Livre

Para um sistema de um grau de liberdade, assume-se que a estrutura em estudo tem apenas movimento numa direcção dominante na caracterização do estado cinético do sistema, como é indicado na figura seguinte pelo deslocamento $x(t)$.

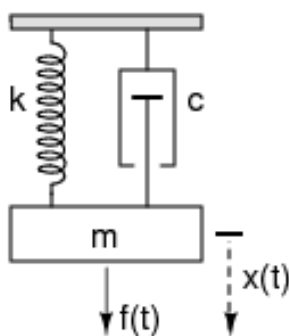


Figura 10 – Sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade.

A metodologia a seguir apresentada é baseada nas aulas de “*Vibrações Mecânicas*”, da autoria e por amável cedência do *Professor José Fernando Dias Rodrigues*, do DEMEC-FEUP^[11].

Considerando o corpo de massa m liberto das ligações e forças externas a que está submetido, passa-se à definição do diagrama de corpo livre, no qual se colocam as forças de substituição das ligações retiradas e a força externa. Pela *Lei de Newton* ou *Relação Fundamental da Dinâmica*, o equilíbrio do corpo em regime dinâmico escreve-se pela equação:

$$\sum(\text{forças aplicadas}) = m\ddot{x} \quad (2.1)$$

Ou seja:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (2.2)$$

Onde, as forças aplicadas à massa se referem não só à força do elemento elástico (mola), mas também ao elemento amortecedor, o qual exerce uma força aproximadamente proporcional à velocidade do corpo em vibração.

Esta é uma equação diferencial linear de 2ª ordem de coeficientes constantes. Se esta equação anterior tiver o 2º membro nulo, o modelo refere-se a um caso de vibração livre.

A solução completa desta equação tem uma *solução geral* (da equação em que o 2º membro é nulo) mais uma *solução particular* que resulta da existência de 2º membro (no presente caso, uma força $f(t)$).

Utilizando um operador simbólico, a solução da equação (2.2) toma a forma:

$$\dot{x}(t) = Dx; \quad \ddot{x}(t) = D^2x; \quad x(t) = (1) \cdot x(t) \quad (2.3)$$

Assim, a equação (2.2) é reescrita desta forma:

$$(mD^2 + cD + k)x(t) = 0 \quad (2.2-a)$$

Passa-se a ter uma forma algébrica que se chama equação característica associada, a qual é do 2º grau e tem as raízes pela *fórmula resolvente*:

$$D = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (2.2-b)$$

De acordo com o sinal do radical (o *binómio discriminante*), poderemos ter raízes reais ou complexas.

a) **Raízes reais**

No caso de raízes reais, supõe-se que são da forma:

$$D = a \pm b \text{ com } a = \frac{-c}{2m} \text{ e } b = \frac{\sqrt{|c^2 - 4mk|}}{2m}$$

A solução geral da equação sem o 2º membro (também dita *solução complementar*) tem a forma:

$$x(t) = C_1 e^{(a+b)t} + C_2 e^{(a-b)t} \quad (2.3)$$

Onde C_1 e C_2 são *constantes de integração*, determinadas em função das *condições iniciais* do problema. No caso de um regime de vibração livre, o sistema tem que ser perturbado para poder vibrar. Esta perturbação corresponde às condições iniciais onde normalmente se impõe que:

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0; \quad x(0) = x_0 \quad (2.4)$$

Para que o problema seja realista, um dos parâmetros em (2.4) tem que ser não nulo.

A versão da solução apresentada em (2.3) corresponde ao deslocamento da estrutura de forma exponencial, a qual se vai numericamente extinguindo até à posição de equilíbrio ($x=0$). Com as condições descritas em (2.4) o sistema dinâmico não vibra de facto, pois trata-se de um movimento *sobre amortecido* ou *fortemente amortecido* (no caso em que $c > 2\sqrt{mk}$). Em engenharia esta forma de atenuação de vibração tem muito interesse, mas não na escala em que se classifica. No projecto de suspensões automóvel prefere-se o caso classificado como *criticamente amortecido*, em que $c = 2\sqrt{mk}$. A equação característica tem na realidade uma raiz dupla, o que para a equação diferencial corresponde à solução da forma:

$$x(t) = C_1 e^{at} + C_2 t e^{at} = e^{at} (C_1 + C_2 t) \quad (2.5)$$

A evolução do deslocamento $x(t)$ assim obtido está de certo modo dependente das condições iniciais do problema. Com efeito, no caso de vibração livre, o deslocamento pode reduzir até quase zero sem passar por valores negativos. Neste caso não há verdadeiramente vibração, porém, a velocidade inicial ($\dot{x}(0) = \dot{x}_0$) pode condicionar a evolução de $x(t)$ de modo que este “*atravesse*” a linha de equilíbrio, havendo lugar a um ligeiro ciclo vibratório, mas apenas uma vez no tempo.

b) Raízes imaginárias

Neste caso, a solução da equação característica do 2º grau (2.2-b) pode escrever-se na forma:

$$D = a \pm bi \text{ com } a = \frac{-c}{2m} \text{ e } b = \frac{\sqrt{c^2 - 4mk}}{2m},$$

sendo i a constante imaginária. A solução complementar tem agora a forma analítica:

$$x(t) = e^{at} (C_1 \cos bt + C_2 \sin bt) \quad (2.6)$$

Este caso corresponde ao comportamento dinâmico de um sistema vibrante de 1 G.L. em regime fracamente amortecido.

Significa que deverá ser $c < 2\sqrt{mk}$, que constitui um caso de grande interesse, quer na segurança de construções habitacionais (um amortecimento demasiado forte poderia contribuir para o dano prematuro em caso de sismo), quer na opção “conforto” em veículos automóveis, em que alguns modelos permitem seleccionar amortecimento “fraco” (marcha mais confortável, aconselhada nos pisos em menos bom estado, circulando-se devagar), ou “crítico”, em que o piso é bom e se deseje uma condução rápida. São correntes valores de $c=0.5x_{crit}$ para o amortecimento fraco ou subcrítico em automóveis. O caso em que $c=0$ constitui uma situação ideal em engenharia. De facto nenhum sistema vibrante está totalmente isento de amortecimento. Neste caso, apenas matematicamente o problema tem cabimento, onde a equação característica tem apenas raízes imaginárias puras e a solução (2.6) passa a ser:

$$x(t) = C_1 \cos bt + C_2 \sin bt \quad (2.6-a)$$

Um termo de grande importância estrutural é dado pela expressão:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.6-b)$$

Este termo é a *frequência angular natural* do sistema vibrante e condiciona a estabilidade ou integridade de um sistema dinâmico.

2.2.2. Regime Forçado

Para o caso de regime forçado a equação (2.2), em que existe uma força externa variável, é analisada novamente. A solução completa da equação (2.2) resulta da sobreposição das formas integrais (2.3), (2.5) ou (2.6) (regime livre) com uma solução particular devida ao segundo membro de (2.2).

Normalmente a força exterior pode ter uma função de configuração menos elementar, mas pode ser expressa a partir de um conjunto de termos trigonométricos simples (desenvolvimento em série de Fourier), sendo depois sobreponível o efeito proporcionado por cada termo elementar. Por agora supõe-se que a força exterior é uma função temporal da forma:

$$f(t) = f_0 \cos \omega t \quad (2.7)$$

Faz-se notar que a frequência ω se refere à força externa não coincidindo necessariamente com a frequência natural da estrutura ω_0 .

Uma solução particular $x_p(t)$ para (2.2) tem necessariamente a forma matemática de $f(t)$, ou seja:

$$x_p(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t \quad (2.8)$$

Onde A_1 e A_2 são constantes a determinar por substituição de (2.8) em (2.2) e conveniente separação dos termos trigonométricos em $\cos \omega t$ e $\sin \omega t$:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{f_0(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \\ A_2 &= \frac{f_0(\omega c)}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Como foi acima mencionado, ω é a frequência da força externa harmónica, parâmetro que pode coincidir ou não com a frequência natural da estrutura ω_0 .

Se as frequências coincidirem nota-se uma acentuada majoração dos termos de (2.9) pelo facto de ser $k = \omega_0^2 m$ o que deixa apenas o termo $(\omega c)^2$ não nulo nos denominadores.

Admitindo que o problema envolve uma estrutura com amortecimento inferior ao valor crítico, a solução completa da equação (2.2) com 2º membro da forma (2.7) é então:

$$x(t) = e^{at}(C_1 \cos bt + C_2 \sin bt) + \frac{f_0(k - \omega^2 m)}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} + \frac{f_0(\omega c)}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \quad (2.10)$$

É habitual exprimir a resposta total do sistema utilizando factores de amplificação dinâmica como se segue:

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{-\xi \omega_n t} [A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t] \\ &+ \frac{F}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} [(1 - \beta^2) \cos \omega t + 2\xi\beta \sin \omega t] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Onde os parâmetros de (2.11) são:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (2.12)$$

ω_d é a frequência natural do sistema *com amortecimento* e ω_n é a frequência natural sem amortecimento, sendo $\omega_n = \sqrt{k/m}$. A relação entre estes dois parâmetros em (2.12) tem o factor:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}, \quad (2.13)$$

sendo ξ um factor de amortecimento adimensional que está compreendido entre o valor actual de c e o valor de c crítico em (2.5).

A expressão (2.11) apresenta dois termos fundamentais. O primeiro termo:

$$e^{-\xi\omega_n t}[A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t],$$

refere-se ao comportamento transitório da estrutura, desaparecendo mais ou menos rapidamente conforme o grau de amortecimento ξ . Por sua vez, o segundo termo:

$$\frac{F}{k} \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} [(1 - \beta^2) \cos \omega t + 2\xi\beta \sin \omega t],$$

corresponde a uma forma de oscilação permanente, que depende da forma da função da força externa $f(t)$.

A título de exemplo, que será de grande utilidade na análise de sistemas dinâmicos utilizando algoritmos de integração directa, considera-se o efeito de uma força externa aplicada bruscamente. Tal modo de carga consiste numa função “*em degrau*”. A equação diferencial (2.2) é usada com o segundo membro dado simplesmente por f_0 :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0, \quad (2.2-a)$$

em que a solução completa é da forma (2.11) mas agora com a frequência externa $\omega=0$ (força mantida permanentemente). Desta forma, a solução é:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t}[A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t] + \frac{f_0}{k} \quad (2.11-a)$$

As constantes determinam-se a partir de condições iniciais, como já foi mencionado; se for por exemplo $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = 0$, o resultado é:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[-\frac{f_0}{k} \cos \omega_d t - \frac{\xi f_0 \omega_n}{k \omega_d} \sin \omega_d t \right] + \frac{f_0}{k} \quad (2.11-b)$$

No caso de haver um amortecimento muito pequeno, a exponencial tem valor próximo de 1 e o termo sinusoidal é desprezável, pelo que a amplitude (valor máximo atingido pelo deslocamento $x(t)$ em (2.11-b)) é:

$$|x_0| = \frac{2f_0}{k}, \quad (2.11-c)$$

que corresponde a duas vezes o deslocamento da estrutura quando a força externa se aplica estaticamente. Este resultado serve para comprovar o rigor do método a seguir descrito e aplicado a testes experimentais.

2.3. Análise prática do comportamento dinâmico

A resposta dinâmica de um sistema com 1 G.L. é obtida com técnicas analíticas relativamente acessíveis. Porém as expressões apresentam alguma extensão e são de uso menos expedito para o projectista. Bem mais atractiva é a análise anterior efectuada por gráficos ou ábacos. Para este modo de análise, utilizamos as expressões seguintes:

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad (2.14)$$

onde ω e ω_n são respectivamente, as *frequências de excitação externa e natural*; o parâmetro μ é o *factor de amplificação dinâmica* do sistema vibratório para o *factor de amortecimento* ξ :

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (2.15)$$

O significado físico deste factor é muito instrutivo. Com efeito, ele dá ao projectista a ideia da amplitude de vibração de um sistema dinâmico em relação a um deslocamento unitário correspondente a uma solicitação estática. Assim, se por exemplo, um sistema dinâmico com factor de amortecimento $\xi=0.3$, uma relação de frequências $\beta=0.75$, terá uma amplitude de vibração forçada x_0 igual a $1.6 \times$ (*deslocamento estático*) correspondente à amplitude da força externa mas como se fosse aplicada estaticamente.

O gráfico seguinte permite de modo expedito efectuar o cálculo anteriormente exemplificado.

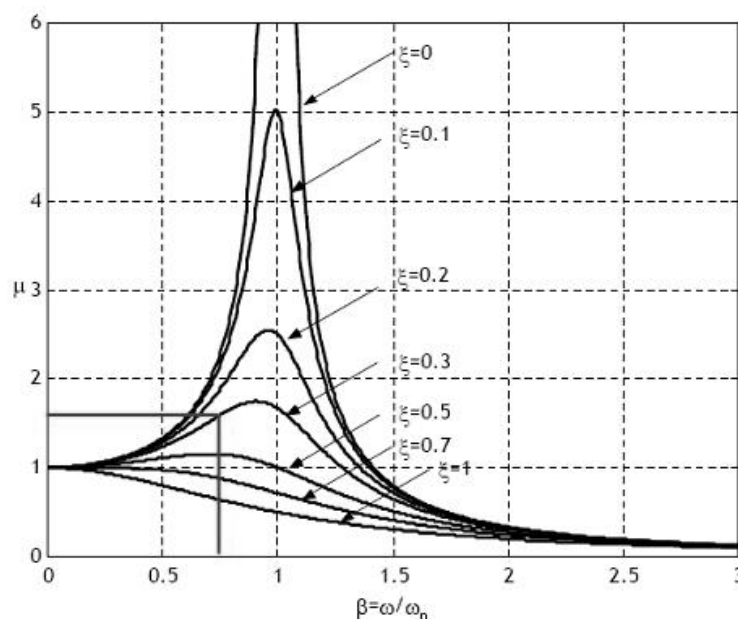


Figura 11 – Factor de amplificação dinâmica para um sistema amortecido com 1 G.L.^[11].

2.4. Síntese do Capítulo 2

Foram revistos neste capítulo conceitos analíticos na formulação do comportamento dinâmico de um sistema de 1 G.L. com amortecimento e sujeito a uma força externa de variação temporal harmónica. Foi igualmente revisto um método prático de consulta gráfica (o *factor de amplificação dinâmica*), permitindo verificar o efeito do factor de amortecimento numa estrutura em função da razão entre a frequência de excitação e a frequência natural. As expressões apresentadas são de grande utilidade uma vez que pela sua simplicidade, permitem de modo expedito verificar o rigor do método desenvolvido e testado, assunto que será melhor analisado nos capítulos seguintes desta dissertação.

3. MÉTODOS DE MODELAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL

3.1. Métodos Específicos de Análise Dinâmica

3.1.1. Método Pseudo-Dinâmico

As técnicas pseudo-dinâmicas constituem essencialmente um processo sequencial, onde a configuração de uma estrutura, obtida por uso de um algoritmo de integração da equação de equilíbrio dinâmico, é prescrita num “*rig*” experimental a um modelo à escala real ou reduzida. A partir desta etapa, supondo que a estrutura se encontra decomposta ou discreteada num conjunto de graus de liberdade (associados a elementos finitos), um vector de forças gerado como consequência do deslocamento imposto é medido ao nível dos referidos graus de liberdade. Para este efeito usam-se células de carga que são montadas em actuadores colocados ao nível dos graus de liberdade. As forças internas assim geradas constituem o vector de forças de recuperação (ou restauração) estrutural e manifestam-se devido às propriedades mecânicas dos elementos formando o conjunto solicitado. O vector de forças de recuperação estrutural é introduzido no algoritmo de Newmark (1959)^[12] (bastante usado em problemas de simulação dinâmica), permitindo a obtenção de um estado dinâmico actualizado para a estrutura, com um novo vector de deslocamentos, velocidade e aceleração para a etapa temporal seguinte.

Em síntese, trata-se de uma técnica híbrida operando sequencialmente em anel fechado, onde há uma interacção mútua entre os resultados a partir do algoritmo de Newmark e os obtidos na etapa experimental e onde se prescrevem os deslocamentos à estrutura usando um conjunto de actuadores como foi referido.

O princípio operativo das técnicas pseudo-dinâmicas apresenta algumas limitações devido ao modo como os graus de liberdade são definidos. Com efeito, em engenharia civil, a maioria dos projectos estruturais tem elementos tipo viga e coluna, onde a sua geometria não cria dificuldades de maior à decomposição em graus de liberdade e posicionamento de actuadores. Estes, de um modo geral, precisam apenas de efectuar movimentos segundo o plano horizontal (caso de solicitações sísmicas), tal como se mostra na figura 12, exemplificando as solicitações dinâmicas em estruturas tipo pórtico (figura 12 (a)) ou viga-coluna (Clough e Penzien (1993)^[13]).

Forças sísmicas equivalentes, assim como acelerações equivalentes são associadas aos nós da estrutura ao nível de cada andar, como se mostra esquematicamente na figura 12 (b).

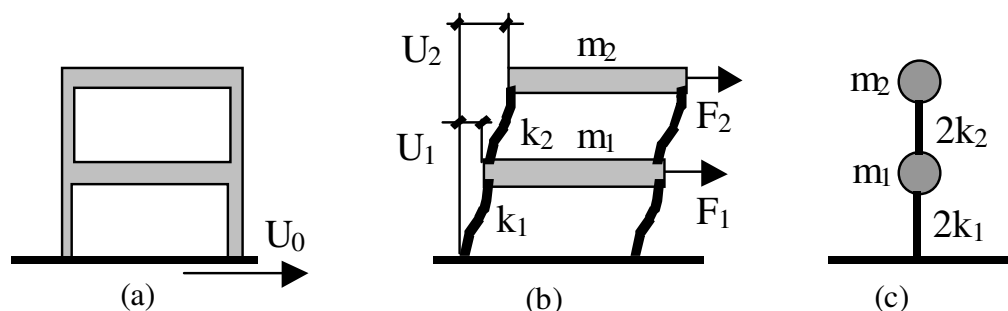


Figura 12 – Estruturas tipo pórtico multicelular sob esforços sísmicos; (a) configuração de base, (b) e (c) modelos dinâmicos simplificados com massas concentradas e apenas deslocamentos horizontais^[14].

Neste modelo estrutural, apenas as colunas são consideradas deformáveis (isto é, com rigidez finita), enquanto que as lajes (ou pesos) horizontais são supostos indeformáveis. Cada par de colunas ao mesmo nível desloca-se em paralelo, permitindo obter sem grande dificuldade a rigidez conjunta. Deste modo, a estrutura mais complexa pode ser substituída por um modelo dinâmico simples como uma única viga-coluna, figura 12 (c).

A configuração da estrutura a analisar tem que ser compatível com a geometria e princípios operativos do sistema de teste (“rig”) pseudo-dinâmico, onde convencionalmente os “test-rigs” estão equipados com actuadores lineares colocados horizontalmente.

A figura seguinte mostra um equipamento bastante usado na indústria automóvel (especialmente em competição), com actuadores colocados verticalmente.



Figura 13 – Test-Rig da Prost - Formula 1^[15].

A prescrição de graus de liberdade tipo rotacional não é desejável, embora não seja impossível. O sistema necessário teria alguma complicação de projecto e seria previsivelmente mais dispendioso. Muito raramente se justifica a modelação de graus de liberdade rotacionais em análise sísmica.

Dado pois o modo operativo quasi-estático deste método, as forças de amortecimento dependentes da velocidade (no caso do amortecimento viscoso) não podem ser medidas com este método, sendo a sua contribuição incluída no processo por via numérica. Tal não é porém o caso de forças devidas a mecanismos de dissipação estrutural, os quais derivam de forças de atrito interno na estrutura em vibração.

Neste ponto, Carneiro et al (2006)^[14] avaliaram o factor de amortecimento estrutural em pequenas vigas de betão (modelos à escala reduzida), tendo para o efeito usado um procedimento pseudo-dinâmico de convergência otimizada.

Os resultados obtidos apresentaram-se em concordância bastante boa com dados equivalentes disponíveis em literatura técnica, apesar da baixa velocidade a que foram efectuados os testes pseudo-dinâmicos.

A configuração básica do sistema de teste pseudo-dinâmico pode ser vista na figura 14, onde os componentes essenciais para integrar o sistema de teste se encontram representados.

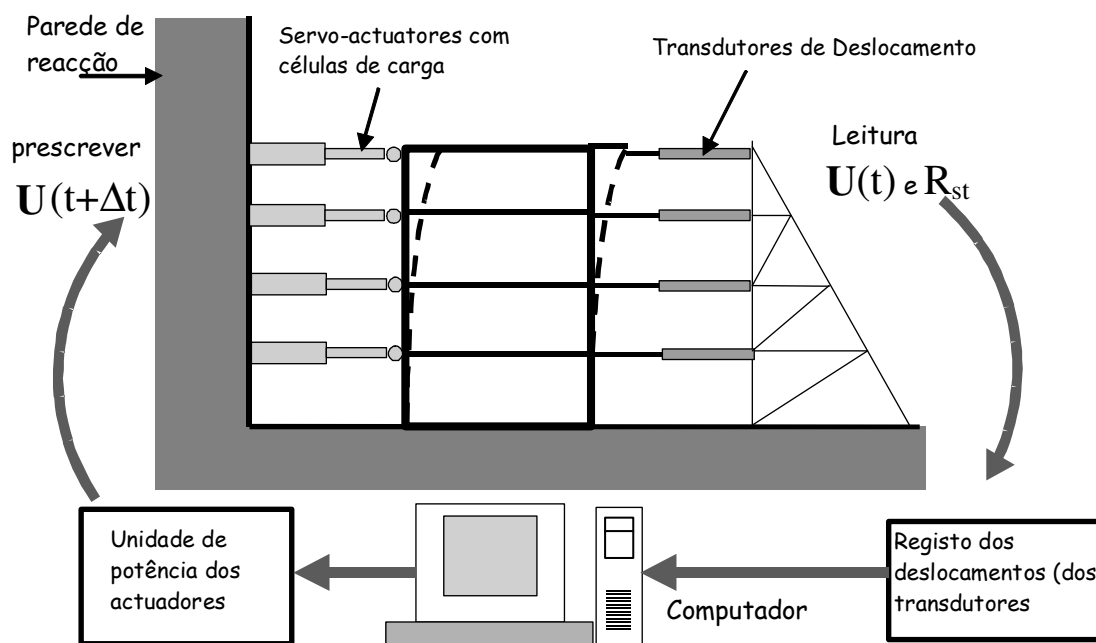


Figura 14 – Esquema do sistema base de testes pseudo-dinâmicos^[14].

Este método tem tido uma forte aplicação em casos de engenharia, quer de projecto, quer de certificação estrutural sobretudo em análise sísmica. Com efeito dada a simplicidade e aplicação compreensiva do método (da terminologia inglesa *“Straight-forward character”*) diz muito das potencialidades em análise sísmica.

Cientistas como Magonette et al (1997)^[16] e Molina et al (2000)^[17] têm apresentado um elevado número de contributos para a utilização do método PsD em análise sísmica.

A citação destes investigadores no presente trabalho deve-se ao facto de desenvolverem a sua actividade no JRC-Ispra (Va) sediado no norte de Itália. Trata-se de um prestigiado instituto de investigação pertença da Comunidade Europeia, onde Portugal tem cientistas residentes desenvolvendo investigação nas mais diversas áreas.

3.1.2. Aplicação do Método PsD na Indústria Automóvel

Na área da indústria automóvel há uma incontestável motivação para a aplicação deste método. Sendo poucas as referências sobre aplicação de processos pseudo-dinâmicos à análise estrutural em áreas diferentes da engenharia civil, os artigos possíveis de consultar mostraram que o método tem potencialidades para as quais houve estímulo no desenvolvimento deste tema de dissertação, Carneiro et al (2005)^[18].

Carneiro et al (2005), propuseram uma metodologia para testes de certificação de bancos de automóvel (figura 15). Este componente, inicialmente submetido a uma força impulsiva de variação temporal prescrita por testes incluídos na directiva comunitária 70/156/EEC, foi ensaiado recorrendo ao método pseudo-dinâmico. O resultado da deformação correspondente à fase final da solicitação foi muito semelhante ao dos ensaios efectuados em tempo real. Provavelmente o método é inédito em engenharia automóvel.

Este método de testes permitiu a certificação de bancos para passageiros em veículos automóveis, componentes que são habitualmente submetidos a testes dinâmicos em tempo real a fim de satisfazer as directivas, regulamentando as características de veículos de passageiros.

Essencialmente considera-se uma estrutura dinâmica equivalente para o conjunto banco/passageiro, tratando pois como um modelo equivalente um sistema com apenas um grau de liberdade.

O modelo dinâmico equivalente ao par passageiro/banco testado, tem uma rigidez associada à força horizontal que é necessária exercer para obter determinado deslocamento também na direcção horizontal. Por sua vez, a massa do modelo corresponde ao par cabeça/tronco do passageiro. Esta discretização dinâmica, parecendo bastante elementar, permitiu a obtenção de resultados bastante exactos. O método surgiu pois como uma interessante alternativa ao uso de dispendiosos sistemas de ensaio em tempo real, permitindo também que o projectista pudesse identificar as áreas de iniciação e propagação do dano verificado no componente em teste. Tal atributo não é possível pelo menos de modo nítido com ensaios em tempo real.

O teste de alguns componentes para veículos automóveis tem que se efectuar em condições de solicitação dinâmica prescrita por normas de certificação de padrões de segurança. Isto é o caso dos bancos de automóveis, por exemplo, os quais são elementos fundamentais para assegurar a sobrevivência de passageiros no caso de colisão. Actualmente os bancos possuem cintos de segurança com fixação integrada na estrutura do próprio banco, ao contrário de procedimentos de projecto mais antigos, onde o cinto tinha fixações montadas na carroçaria do veículo, como o tubo central e os pilares laterais.



Figura 15 – Vista geral do equipamento usado por Carneiro et al (2002)^[18].

O par passageiro e banco (um manequim, neste caso, devidamente seguro ao banco com cinto de segurança) é colocado num “trenó” de testes e acelerado até determinada velocidade, procedendo-se a seguir a uma paragem impulsiva do conjunto de modo a simular uma colisão. Um sistema possível mostra-se na figura 16.

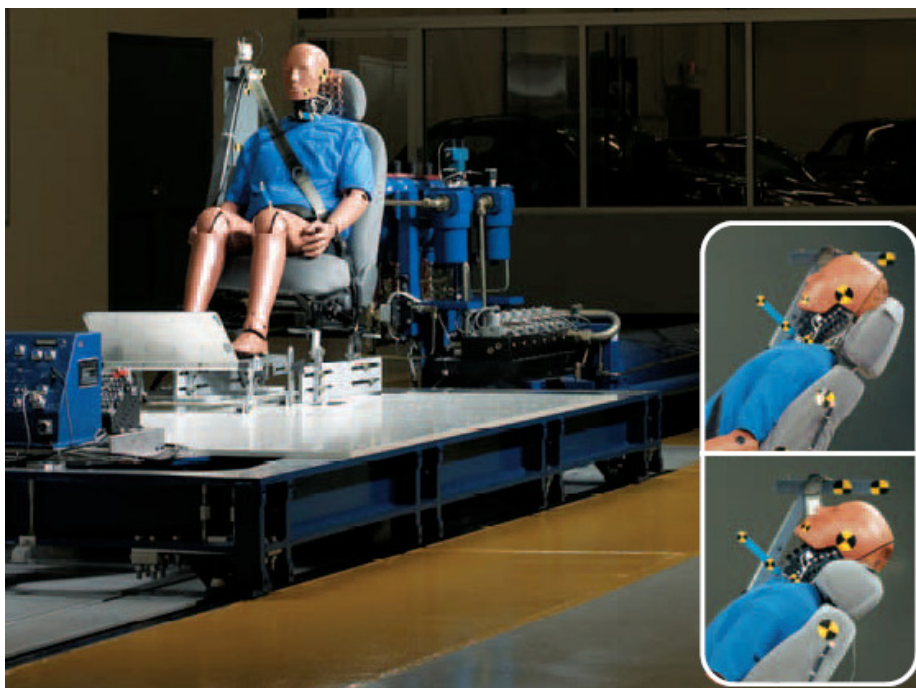


Figura 16 – Unidade de accionamento hidráulico para teste dinâmico de bancos de automóvel^[19].

O automóvel tal como outros meios de locomoção como o comboio e o autocarro foram sem dúvida algumas das mais importantes criações do homem. Não admira por isso que, desde sempre se tenham enveredado esforços no sentido de os melhorar tornando-os mais seguros e confortáveis.

Um constante esforço de investigação e desenvolvimento de técnicas têm sido levados a cabo no sentido de dotar os veículos de um maior conforto e segurança baseando-se por isso no desenvolvimento dos sistemas de suspensão.

Esta área da engenharia automóvel merece especial atenção neste programa de desenvolvimento, assunto que foi escolhido para estudo de comportamento dinâmico a partir das técnicas em discussão.

Os sistemas convencionais apresentam vantagens ao nível do fabrico, da montagem e da manutenção. No entanto, principalmente nos veículos pesados de passageiros e de mercadorias e nos veículos ferroviários, o compromisso entre estas, o conforto e a condução fica muitas vezes aquém do desejado.

A evolução dos veículos em inúmeros aspectos, aliada às exigências dos consumidores e diversas entidades incitam a que o projecto das suspensões evolua tecnicamente de maneira a proporcionar maior segurança e conforto. É neste ponto que sobressai a adopção generalizada da suspensão pneumática, aplicada não só aos veículos pesados e aos veículos ferroviários como, mas também aos veículos ligeiros de passageiros.

A vibração em estruturas é em geral um fenómeno indesejável, uma vez que desenvolve mecanismos de propagação de fendas em regime de fadiga, podendo levar a avarias de consequências graves. Além disto, é prejudicial para o conforto quando há utilizadores humanos envolvidos. O modo de atenuar o efeito das vibrações passa pela implementação de sistemas de dissipação da energia mecânica gerada no processo vibratório. O cálculo optimizado dos parâmetros característicos destes sistemas de atenuação de vibração (amortecedores ou suspensões com características especiais) necessita de um exame cuidado da equação do movimento de cada um dos componentes integrando a estrutura em estudo.

3.2. Síntese do Capítulo 3

Neste capítulo foram apresentados os princípios básicos de operação do Método Pseudo-Dinâmico. Não se trata do uso desacoplado de duas técnicas (numérica e experimental), mas sim de um modo sequencial, em que os resultados de uma etapa (numérica, por exemplo) permitem o progresso da etapa experimental, na qual são gerados novos resultados, desta vez permitindo prosseguir com o método numérico (*data feedback*) num ciclo, até que o operador ou o programa interrompa. As aplicações técnicas deste procedimento têm vindo a crescer, como reflecte a análise à literatura sobre o assunto.

4. MÉTODO UTILIZADO

O comportamento dinâmico de uma estrutura é definido a partir da integração da equação de equilíbrio dinâmico:

$$[K]U + [C]\dot{U} + [M]\ddot{U} = F(t) \quad (4.1)$$

$[K]$, $[C]$ e $[M]$ são respectivamente as matrizes de rigidez, amortecimento e massa. $F(t)$ representa o vector das forças externamente aplicadas. A metodologia apresentada neste trabalho flutua entre o procedimento iterativo para a integração da equação anterior e o modo operativo experimental, o qual permite determinar um vector de forças.

Existem diversos métodos de integração directa. No entanto, os de maior difusão em cálculo automático são o método das diferenças centrais, o método de Newmark (1959)^[12], o método de Wilson- θ (1977)^[20] e ainda o método de Houbolt (1950)^[21].

Neste trabalho foi usado o método de Newmark (1959). Este método é um algoritmo iterativo do tipo implícito, pois o resultado de cada vector actualizado no tempo obriga à solução de um sistema de equações, que, se for muito extenso, tem um reflexo muito desfavorável no esforço de computação. O método das diferenças centrais tem a grande vantagem de ser um algoritmo explícito que muito simplifica os programas computacionais. Contudo, este método tem uma importante desvantagem, que não se encontra no de Newmark. Este é condicionalmente estável, levando à inutilização de um programa se o intervalo de tempo exceder um valor crítico. Devido a este facto, o método de Newmark é de aplicação muito mais segura, sendo por isso o adoptado na presente análise. Sendo incondicionalmente estável, pode ser aplicado sem grandes problemas em programas de cálculo automático. Tem ainda a vantagem de não ser necessário conhecer os modos próprios de vibração de cada sistema, para se poder determinar a configuração da estrutura ao fim de um determinado instante de tempo. O método de Newmark apresenta-se sob a forma de expressões que permitem que o utilizador manipule diversos parâmetros interferindo assim na sua convergência e estabilidade.

Para a concretização deste estudo foi utilizada uma versão do método de Newmark descrita por Bathe (1992)^[22].

O procedimento consiste em efectuar a iteração do vector aceleração da estrutura para posteriormente serem calculados a velocidade e o deslocamento.

Por isso, se o intervalo de tempo usado no processo iterativo for o mais conveniente de forma a permitir resultados precisos, os vectores deslocamento e velocidade apresentar-se-ão isentos de erros.

Além disto, o vector deslocamento ($U_{t+\Delta t}$) prescrito à estrutura aparece associado ao instante de tempo actual na equação iterativa, mas integra também a próxima iteração. Segue-se uma breve explicação do método utilizado.

$$\left([M] + \frac{\Delta t^2}{4} [K] \right) \ddot{U}_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t} - \left([K]U_t + \Delta t[K]\dot{U}_t + \frac{\Delta t^2}{4}[K]\ddot{U}_t \right) \quad (4.2)$$

Posteriormente, em qualquer instante $t+\Delta t$, vem em função de t :

$$U_{t+\Delta t} = U_t + \frac{\Delta t}{2} (\dot{U}_{t+\Delta t} + \dot{U}_t) \quad (4.3)$$

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{U}_{t+\Delta t} + \ddot{U}_t) \quad (4.4)$$

O processo é iniciado com a implementação das condições iniciais do sistema. Deslocamento, velocidade e aceleração iniciais são considerados nulos. A força exterior considerada no programa iterativo é de 1500N, a massa do sistema é 100kg e o intervalo de tempo Δt é de 0.005s. Deste modo o ensaio pseudo-dinâmico arranca com a determinação da equação (4.2) obtendo-se, por isso, a aceleração no instante de tempo seguinte. Os vectores deslocamento e velocidade são calculados a partir de (4.3) e (4.4), respectivamente.

O vector deslocamento ($U_{t+\Delta t}$) completa a configuração da estrutura no instante de tempo seguinte ($t+\Delta t$). Este vector participa na expressão iterativa (4.2) associado à matriz de rigidez $[K]$ através do produto $[K] \cdot U_{t+\Delta t}$ chamado R_t . O vector R_t é considerado o vector das forças interiores da estrutura ou forças de recuperação estrutural, que podem ser geradas em regime linear-elástico, ou não. Uma vez que o valor da força R_t é lido directamente da célula de carga acoplada ao sistema, não há necessidade de efectuar o produto $R_t = [K] \cdot U_{t+\Delta t}$, a não ser na primeira iteração do método. Este ensaio não é restringido à análise linear, nem tão pouco à elástica. Por isso, obtém-se deste método o comportamento real e efectivo da estrutura ensaiada.

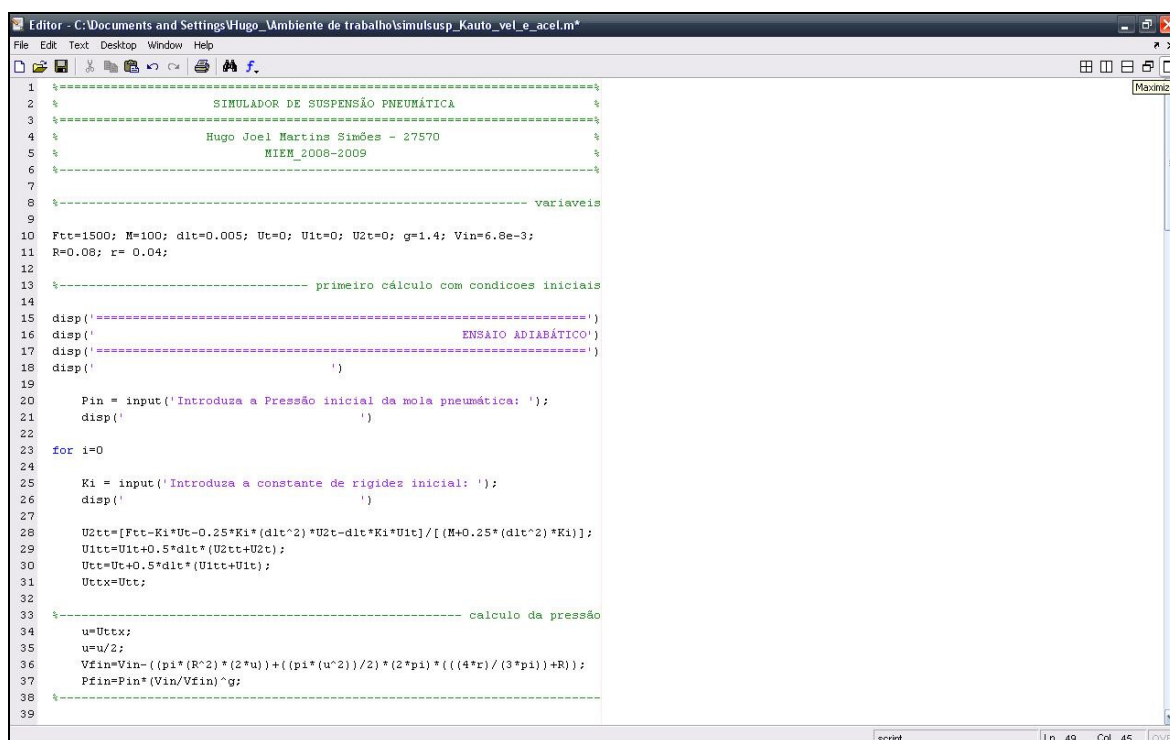
4.1. Implementação do Método em MATLAB™

Para implementar o método analítico utilizado neste trabalho, foi elaborado um programa de modo iterativo recorrendo ao programa MATLAB™.

O MATLAB™ é um programa de cálculo cuja designação tem origem na conjugação dos termos “MATrix” e “LABoratory”, desenvolvido pela *MathWorks™*. Este programa matemático permite a execução de algoritmos numéricos sobre matrizes, processamento de sinal e imagem, análise numérica e construção de gráficos.

Ao contrário de outras linguagens de programação, no MATLAB™ os problemas e expressões matemáticas são expressos praticamente da mesma forma que são escritos matematicamente. Possui ainda um vasto leque de funções pré-programadas.

O MATLAB™ é um programa de elevado desempenho, enquadrado num ambiente de fácil utilização, permitindo a aquisição, leitura, gestão e gravação de variáveis. A sua aplicação no cálculo científico é tão vasta como o processamento de imagem e sinal, o cálculo simbólico e até a estatística.



```

1 %=====
2 %      SIMULADOR DE SUSPENSÃO PNEUMÁTICA      %
3 %=====
4 %      Hugo Joel Martins Simões - 27570      %
5 %      MIEH_2008-2009                      %
6 %=====
7
8 %----- variáveis -----
9
10 Ftt=1500; N=100; dlt=0.005; Ut=0; U2t=0; g=1.4; Vin=6.8e-3;
11 R=0.08; r= 0.04;
12
13 %----- primeiro cálculo com condicoes iniciais -----
14
15 disp('=====')
16 disp('          ENSAIO ADIABÁTICO')
17 disp('=====')
18 disp('          ')
19
20 Pin = input('Introduza a Pressão inicial da mola pneumática: ');
21 disp('          ')
22
23 for i=0
24
25     Ki = input('Introduza a constante de rigidez inicial: ');
26     disp('          ')
27
28     U2tt=[Ftt-Ki*Ut-0.25*Ki*(dlt^2)*U2t-dlt*Ki*U1t]/[(M+0.25*(dlt^2)*Ki)];
29     U1tt=U1t+0.5*dlt*(U2tt+U2t);
30     Utt=Ut+0.5*dlt*(U1tt+U1t);
31     Uttx=Utt;
32
33 %----- calculo da pressão -----
34
35     u=Uttx;
36     u=u/2;
37     Vfin=Vin-((pi*(R^2)*(2*u))+((pi*(u^2))/2)*(2*pi)*((4*r)/(3*pi))+R));
38     Pfin=Pin*(Vin/Vfin)^g;
39

```

Figura 17 – Parte do código MATLAB™, que serviu de base aos ensaios realizados.

4.2. Síntese Capítulo 4

Neste capítulo foram apresentados de forma sucinta alguns aspectos que levaram à obtenção e posterior desenvolvimento do Método Pseudo-Dinâmico. Fazem também parte deste capítulo os principais aspectos para a formulação do método utilizado na realização deste trabalho. É também apresentada uma breve descrição do programa comercial MATLAB™, programa esse que serviu de base à implementação do método.

5. MODELAÇÃO ANALÍTICA

5.1. Considerações essenciais

Tal como foi referido anteriormente, o fole pneumático consiste basicamente numa membrana encerrando um gás sob pressão que normalmente não precisa de atingir um valor muito elevado para ter um bom desempenho. Esta particularidade deve-se à grande área activa que estes acessórios oferecem, de modo que com baixa pressão podem suportar uma carga considerável. A membrana é de tecido de fibra sintética (por exemplo, poliamida (nylon) de alta resistência) impregnada por um polímero como o neoprene ou mesmo borracha vulcanizada. A membrana envolvente tem portanto uma grande resistência extensional, mas não pode praticamente suportar cargas de flexão, propriedade que neste caso, não tem qualquer interesse técnico. Além destes aspectos, estes actuadores pneumáticos apresentam como vantagens a dispensa de manutenção e lubrificação, a ausência de partes móveis sujeitas a atrito e desgaste, a facilidade de trabalho em ambientes adversos e ainda o facto de ser um acessório extremamente compacto.

5.2. Comportamento Termodinâmico do gás sob pressão

Quando a mola pneumática sofre reduções bruscas de volume graças às vibrações a que está sujeita, não é apenas a pressão que aumenta no seu interior, mas também a temperatura, devido à variação da energia interna do gás. Este aumento é causado pela compactação das partículas do interior da mola, ou seja, a energia transmitida pela redução de volume da câmara foi transformada em energia cinética das partículas, que por sua vez é transmitida na forma de calor. A pressão do gás no interior da mola pneumática varia com a velocidade e amplitude da deflexão sofrida. Isto porque, para uma unidade de deflexão, a pressão e como tal a constante da mola (K) será diferente para processos isotérmicos, adiabáticos ou politrópicos.

Todo o método termodinâmico a seguir apresentado baseia-se no livro *“Thermodynamics: An Engineering Approach”* de Cengel & Boles de 1994^[2].

5.2.1. Compressão e Expansão Isotérmicas

A constante de rigidez da mola pneumática é mínima em compressão isotérmica enquanto que o máximo da constante de rigidez ocorre para a compressão adiabática.

Todos os gases aquecem quando são comprimidos (aumento de pressão) e arrefecem quando sofrem expansão (diminuição de pressão).

Se o fole pneumático for deformado lentamente e todo o calor gerado pela compressão é dissipado, estamos na presença de um processo isotérmico. Para calcular a nova pressão, segundo o processo isotérmico, vem:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (5.1)$$

Onde P_1 e P_2 são, respectivamente as pressões inicial e final (Pa) e V_1 é o volume inicial e V_2 o volume final (m^3).

5.2.2. Compressão e Expansão Adiabáticas

Como é fácil de perceber, o processo perfeitamente isotérmico é impossível de conseguir numa utilização real. Durante a compressão do fole, apenas uma pequena parte do calor gerado é dissipada e mesmo depois da expansão o arrefecimento não ocorre instantaneamente. Se a deformação do fole pneumático ocorrer a uma velocidade muito elevada, considera-se por isso que ocorre conservação da temperatura, daí se conclui a presença de um processo adiabático. Então, vem:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad (5.2)$$

O valor de γ , consoante o gás, varia de acordo com a seguinte expressão:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (5.3)$$

Nesta expressão, C_p é o calor específico do gás a pressão constante e C_v é o calor específico do gás a volume constante ($\text{J/Kg}\cdot\text{K}$).

Para o gás utilizado, ar, o valor de γ é 1,4.

No entanto a realidade mostra que os processos pneumáticos não são nem isotérmicos nem adiabáticos, mas sim processos politrópicos. Embora, em condições normais de utilização, o processo é muito mais perto de adiabático que isotérmico.

Depreende-se por isso que a velocidade de compressão ou expansão terá um efeito acentuado na pressão do gás presente no fole. Uma deformação a velocidade elevada resulta numa compressão adiabática e, por isso, numa pressão e constante de rigidez da mola elevadas. Pelo contrário, uma deformação lenta aproximar-se-á de um processo isotérmico, causando ao nível da pressão e rigidez da mola o efeito contrário.

5.3. Modelo de membrana: equilíbrio e deformação

5.3.1. Modelo estrutural simples

O fole usado na suspensão de veículos automóveis é essencialmente constituído por módulos toroidais ligados por uma trama de fios de Nylon combinados com cabos de aço de elevada resistência, tal com se esquematiza na figura seguinte.



Figura 18 – Secção transversal de mola-fole pneumática^[23].

O volume dito “activo” para cálculo de elemento elástico e participante na acumulação de energia cinética e posterior restituição é constituído por:

- Um elemento (ou mais) semi-toroidal;
- Um elemento cilíndrico comunicando com o elemento semi-toroidal, tal como é esquematizado seguidamente:

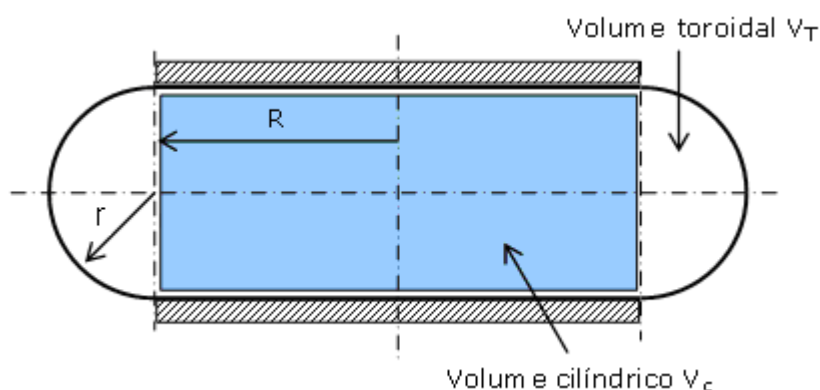


Figura 19 – Módulos de volumes integrando uma almofada toroidal para suspensão pneumática.

O volume total do gás encerrado no acessório da figura 19 é dado por:

$$V_{Tot} = V_{Cil} + V_{Tor} = \pi R^2 \times 2a + \frac{\pi a^2}{2} \times 2\pi \left(\frac{4r}{3\pi} + R \right) \quad (5.4)$$

O volume da câmara cilíndrica é calculado sem dificuldade. No entanto, o volume gerado pelo semi-toróide precisa de ser obtido a partir do teorema de Pappus-Guldin^[24]. O modo operativo do fole com perfil toroidal consiste num modelo equivalente a um cilindro sem pistão. Com efeito, o invólucro de polímero mais não é do que as paredes do cilindro pneumático, tal como se mostra na figura 20.

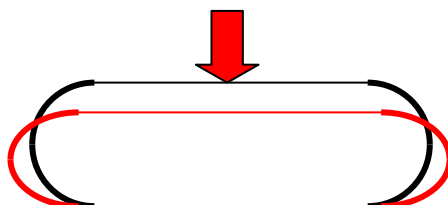


Figura 20 – Modo de deformação do fole combinado.

Supondo que há discos indeformáveis aplicados sobre o fole, tal como esquematizado anteriormente, um sistema equivalente consiste apenas no semi-toro carregado sobre o bordo, sendo a resultante desta força igual à que se aplica sobre os discos rígidos.

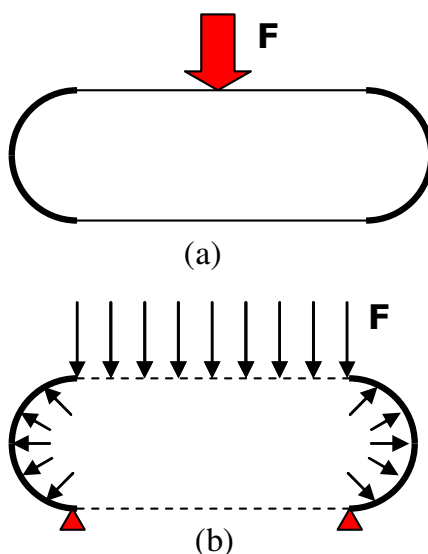


Figura 21 – Modelo equivalente ao fole de suspensão.

Supõe-se então que a força de deformação do fole se aplica sobre os discos fechando a câmara toroidal, tal como se mostra na figura 21 (a). A estrutura equivalente (b) tem a mesma reacção estrutural se for considerado que esta apenas é constituída pela envolvente toroidal e sujeita à mesma pressão interna. A força externa é aplicada de modo uniformemente distribuído ao longo do bordo superior e a consequente reacção no bordo inferior.

Com este modelo, pode ser determinada a característica elástica deste sistema de suspensão. Será menos exacto referir que se vai determinar a “constante da mola” pneumática, pois trata-se de um parâmetro que não é de facto constante, sendo a mola em estudo dotada de um comportamento não linear, como será descrito a seguir.

a) Modelo simples de compressão de gás numa câmara cilíndrica com pistão

Nesta fase considera-se que a mola pneumática consiste simplesmente num cilindro com um pistão, tal como mostrado na figura seguinte. Sejam P_0 e V_0 , respectivamente, a pressão e o volume iniciais na câmara do cilindro controlada pelo pistão.

Pela equação dos gases perfeitos, tem-se:

$$PV = nRT \quad (5.5)$$

Onde n é um número molecular, R é a constante universal dos gases perfeitos e T é a temperatura absoluta.

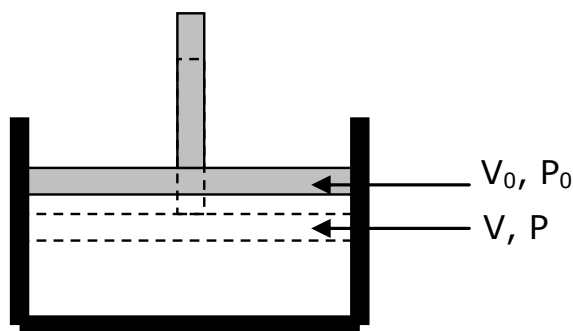


Figura 22 – Compressão de gás num cilindro.

Considerando dois estados para volumes diferentes, em condições isotérmicas, facilmente se relaciona:

$$PV = P_0V_0 \Leftrightarrow P = \frac{P_0V_0}{V} \quad (5.6)$$

Derivando P em ordem a V , tem-se:

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{P_0V_0}{V^2} \quad (5.7)$$

Mas se V representar uma variação pequena a partir do volume original V_0 , então a expressão da derivada anterior pode ser assim escrita:

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{P_0 V_0}{(V_0 - \Delta V)^2} = -\frac{P_0 V_0}{(V_0^2 - 2V_0 \Delta V + \Delta V^2)} = -\frac{P_0}{(V_0 - 2\Delta V)} = -\frac{P}{V} \quad (5.8)$$

Convém notar que a expressão anterior tem aproximação aceitável para pequenas variações de volume; entretanto, terá que ser o seu valor “actualizado” em cada estado barométrico do cilindro, quer dizer que a razão P/V é calculada para o estado dito actual do cilindro.

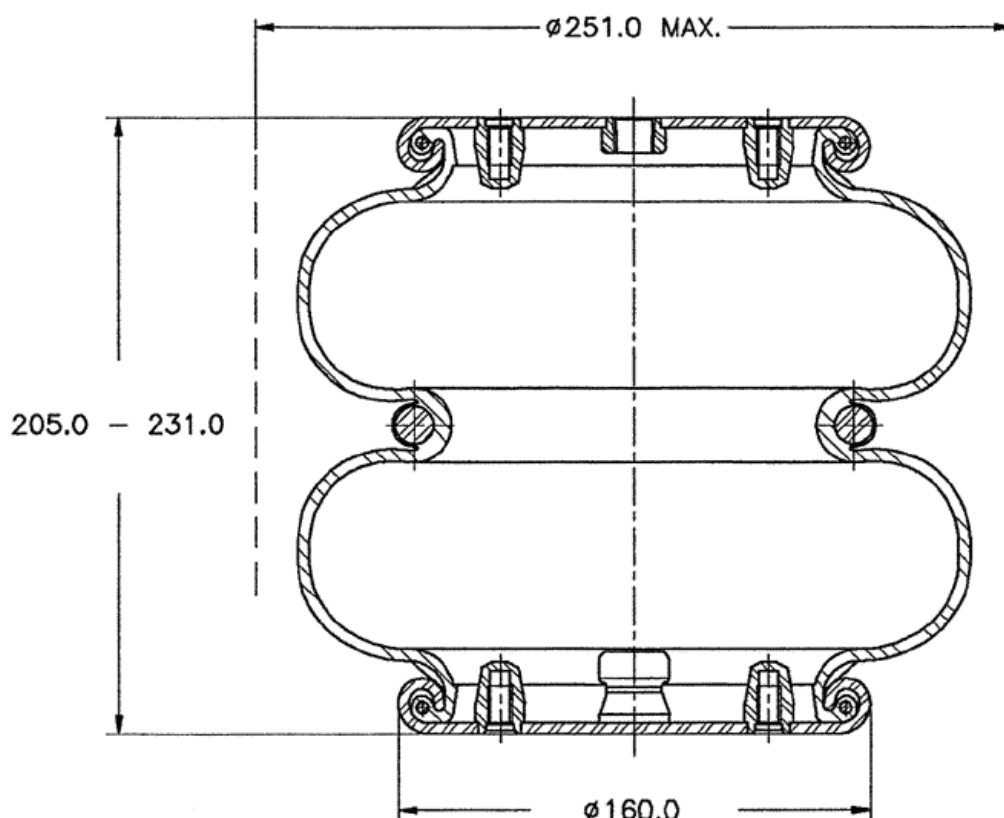


Figura 23 – Esquema do fole utilizado.

Como exemplo, considera-se que o cilindro tem $R=0.08m$ e um volume $V=0.0025m^3$.

Supondo que a pressão interna para este volume é $P=4bar$ ($0.4MPa$), então a constante de mola K actual é:

$$K = \frac{dF}{dl} = \frac{S \cdot dP}{dV/S} = \frac{PS^2}{V} \quad (5.9)$$

$$K = \frac{400000 \cdot (\pi \cdot 0.08^2)^2}{0.0025} = 6.5 \times 10^4 N/m$$

- b) A constante de deformação do fole representado na figura 19 tem um volume adicional devido ao toro. Deve-se agora incluir esse volume a partir das seguintes dimensões:

$$R=0.08m; r=0.035m, P=4 \text{ bar } (0.4 \text{ MPa}).$$

O volume interno é dado por (5.4), o que resolvido dá $V=3.1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$. A constante de deformação é:

$$K = \frac{PS^2}{V} = \frac{400000 \cdot (\pi \cdot 0.08^2)^2}{3.1 \times 10^{-3}} = 5.2 \times 10^4 \text{ N/m}$$

5.3.2. Constante Elástica da Mola – Teorema dos Trabalhos Virtuais

A mola pneumática completa consiste numa associação em paralelo de um cilindro pneumático sem paredes laterais e de um semi-toróide envolvendo os discos de base do modo já descrito. A elasticidade pneumática da membrana toroidal obtém-se a partir do conceito de área diferencial e do trabalho virtual de compressão realizado pela força externa. Assim, considera-se a deformação da bainha externa toroidal representada mais adiante na figura 24. Supõe-se então que a distorção da secção transversal do toróide é dada pela expressão simples, dita ovalização de 2ª ordem:

$$w(\theta) = a_2 \cdot \cos 2\theta, \quad (5.10)$$

sendo θ o ângulo polar de posição e a_2 o deslocamento radial por ovalização que será considerado o deslocamento virtual

- Área do semicírculo:

$$A_c = \frac{\pi r^2}{2} \quad (5.11)$$

- Área da secção transversal ovalizada:

$$A_0 = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} (r \pm a \cdot \cos 2\theta)^2 d\theta = \frac{\pi r^2}{2} \mp \frac{\pi a^2}{4} \quad (5.12)$$

(o sinal +/- depende se a força externa comprime (-) ou estende (+) o fole).

- Área diferencial:

$$A_D = A_c - A_0 = \mp \frac{\pi a^2}{4} \quad (5.13)$$

- Trabalho de compressão da bainha toroidal (devido ao deslocamento virtual de ovalização), $a_2 \cdot \cos 2\theta$ de amplitude a_2 :

$$W = \frac{P\pi a^2}{4} \times 2\pi \left(\frac{4r}{3\pi} + R \right) \quad (5.14)$$

Por sua vez, o trabalho virtual realizado pela força externa sobre o deslocamento virtual de intensidade a (nos discos de aplicação de força) é:

$$W_{ext} = F_{ext} \times 2a \quad (5.15)$$

De acordo com a figura anexa na figura 24, onde o deslocamento se deve efectivamente ao dobro da amplitude de ovalização, ou seja $2a$.

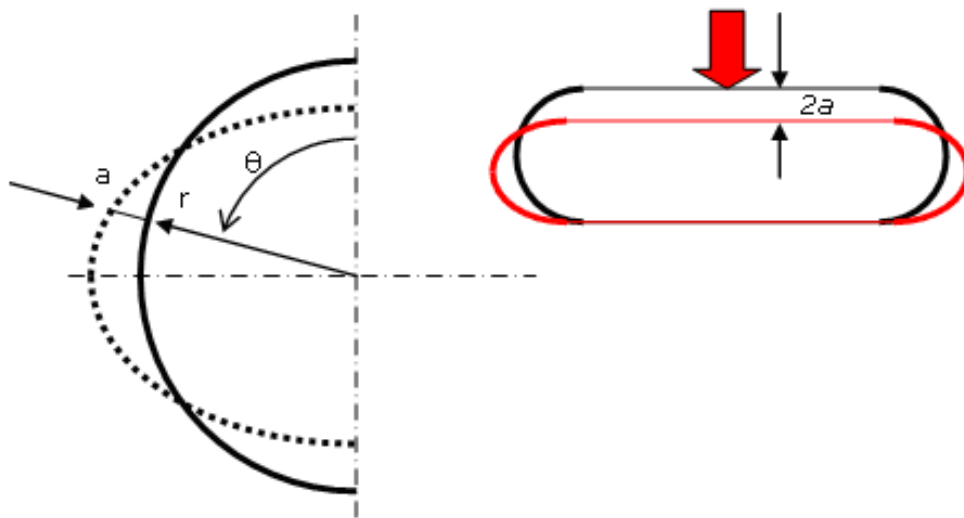


Figura 24 – Compressão da membrana toroidal e área diferencial.

De novo, a título de exemplo, obtém-se a elasticidade pneumática associada à deformação da bainha toroidal. Os dados são os mesmos já referidos:

- $R=0.08m$; $r=0.035m$, $P=4 \text{ bar } (0.4 \text{ MPa})$. Usando (5.14), obtém-se:

$$W = \frac{400000\pi a^2}{4} \times 2\pi \left(\frac{4 \times 0.035}{3\pi} + 0.08 \right) = 1872357 \times a^2 (\text{Joules})$$

Por sua vez, o trabalho realizado pela força externa é $2xFxa$. Então, uma expressão imediata para a constante elástica de deformação pneumática é:

$$F = \frac{187235 \times a^2}{2a} \implies K = 9.36 \times 10^4 \text{ N/m}$$

Esta “mola” pneumática actua associada em paralelo com o cilindro fictício interno, com área S (igual à dos discos rígidos) e altura $2a$, como visto acima. Deste modo, a rigidez pneumática total é:

$$K_{Tot} = K_{Tor} + K_{Cit} = \frac{PS^2}{V} + \frac{P\pi^2}{4} \left(\frac{4r}{3\pi} + R \right) \quad (5.16)$$

Assim, vem:

$$K_{Tot} = 9.36 \times 10^4 + 5.2 \times 10^4 = 1.456 \times 10^5 \text{ N/m}$$

5.4. Resposta Estática da Mola

5.4.1. Compressão reversível do gás no fole da suspensão

Pela análise anteriormente efectuada sobre a resposta mecânica de um gás (ar) encerrado num volume variável a partir da variação de cota entre duas superfícies rígidas, foi possível constatar que não há uma variação linear para tal relação. O estudo efectuado considerou que a transformação sofrida pelo gás foi isotérmica, o que é natural para variações de volume a velocidade muito reduzida, podendo considerar-se uma transformação reversível. Diz-se reversível uma operação termodinâmica que, realizada a velocidade muito reduzida, não gera entropia. Apresenta-se a seguir sob forma gráfica a variação da pressão interna num fole como o que está em estudo com as dimensões já utilizadas acima:

- Volume inicial $V_0 = 0.0062 \text{ m}^3$
- Pressão inicial $P_0 = 0.4 \text{ MPa}$
- Volume final V_1 : com uma redução de 50% do inicial, a pressão será $P_1 = 0.6 \text{ MPa}$

O problema consiste em determinar a lei para variação da constante da mola. Usam-se incrementos de pressão para obter tal variação. Verificou-se acima que:

$$K_{Tot} = K_{Tor} + K_{Cit} = \frac{PS^2}{V} + \frac{P\pi^2}{4} \left(\frac{4r}{3\pi} + R \right)$$

Este factor depende da pressão do fluido, que por sua vez depende do volume imposto. Portanto, a determinação de (5.16) só é válida de modo aproximado e considerando que entre dois intervalos de pressão (ou de volume) bastante próximos, o factor K_{Tot} mantém-se constante. Suponhamos então que os intervalos extremos da pressão são $P_0 = 4 \text{ bar}$ e $P_1 = 6 \text{ bar}$.

A tabela seguinte apresenta os resultados devidos a cada iteração da variação de pressão interna (pode também referir-se à variação de volume, pois sendo a transformação isotérmica, a razão de variação é a mesma, mas de modo inverso).

A tabela materializa a evolução da pressão com a redução do volume, como resultado de um deslocamento imposto nas flanges rígidas de fecho do fole.

Tabela 1 – Variação da rigidez do fole com o volume.

Volume (m^3)	Rigidez (N/m)
6,20E-03	1,20E+05
5,58E-03	1,23E+05
4,96E-03	1,26E+05
4,34E-03	1,31E+05
3,72E-03	1,37E+05
3,10E-03	1,46E+05

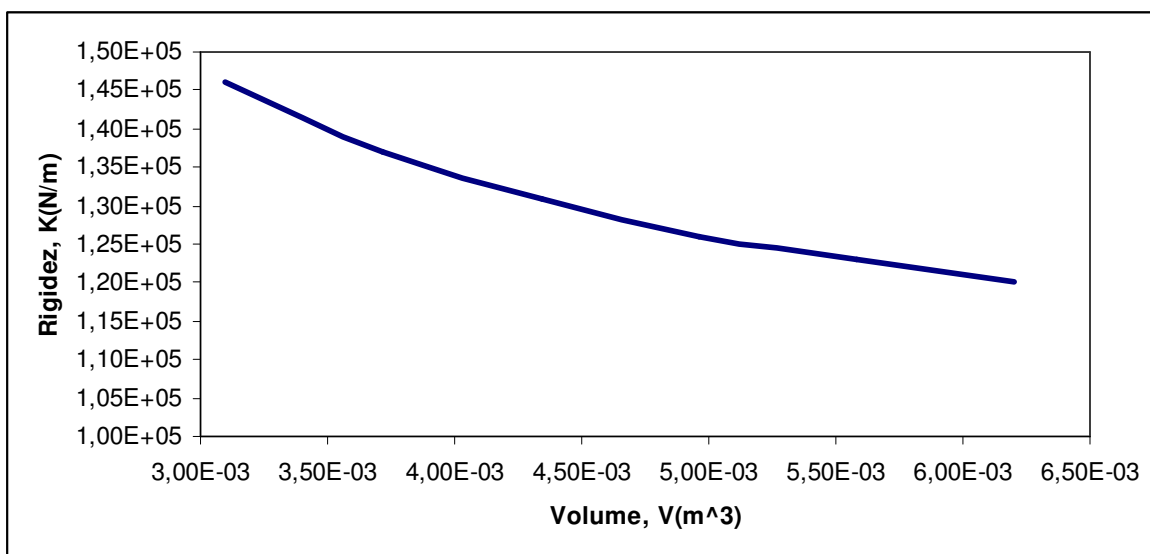


Figura 25 – Variação da constante elástica pneumática do fole em função do volume interno.

Tabela 2 – Variação da rigidez do fole com a pressão.

Pressão (bar)	Rigidez (N/m)
4,00E+00	1,20E+05
4,40E+00	1,32E+05
4,80E+00	1,44E+05
5,20E+00	1,56E+05
5,60E+00	1,68E+05
6,00E+00	1,80E+05

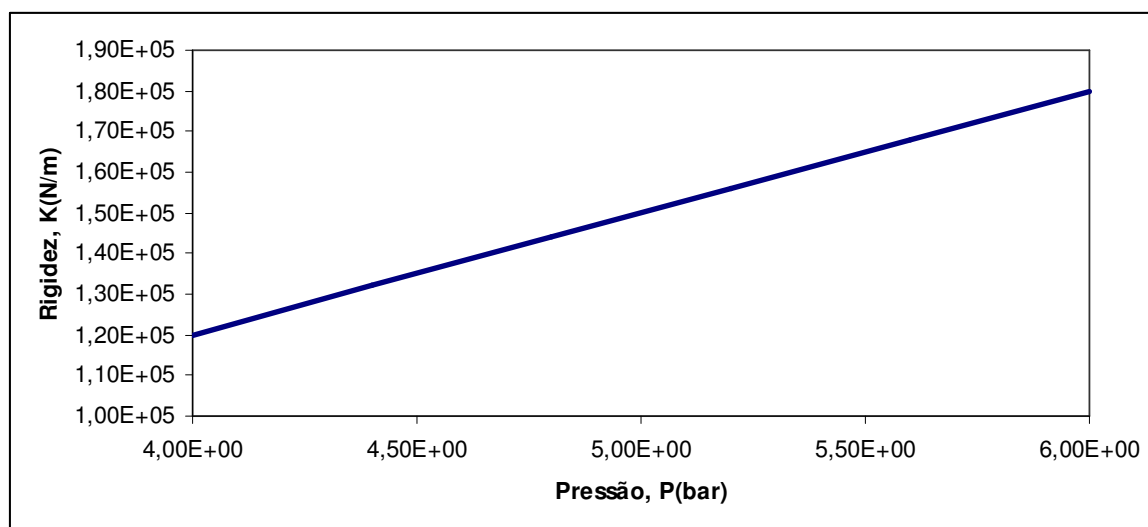


Figura 26 – Variação da constante elástica pneumática do fole em função da pressão interna.

5.4.2. Compressão irreversível do gás no fole da suspensão

Este modo de utilizar a compressibilidade do gás encerrado num fole de suspensão é mais realista, dado que os movimentos deste acessório em operação são bastante rápidos. Assim, a equação que relaciona a pressão de um gás com o volume que o encerra é dada por:

$$PV^\gamma = Constante \quad (5.17)$$

O expoente γ toma-se $\cong 1.4$, como de um gás perfeito se tratasse, o que não é o caso. Porém, este valor decresce de modo assinalável apenas se a temperatura atingir valores relativamente elevados (acima de 100°C.). Tal pode acontecer para movimentos bastante rápidos da suspensão em condições de marcha severa (piso bastante irregular) mas o arrefecimento externo atenuará sempre este efeito.

Retomando agora o exemplo anteriormente analisado para a determinação da constante de mola do fole em estudo, devemos agora corrigir para cada incremento de pressão (ou decremento de volume) os valores de acordo com a equação (5.16). Assim, considerando as mesmas condições iniciais para o gás encerrado no fole de suspensão, o gráfico seguinte (figura 27) compara a variação da rigidez pneumática (equação (5.17)) do fole para transições rápidas de volume de modo decremental adiabático em relação ao modo de variação lento (reversível e isotérmico). A característica mecânica mostra que a mola tem um comportamento marcadamente não linear à medida que o volume interno diminui de modo assinalável. Para pequenas variações de curso, a característica mantém-se relativamente constante.

Tabela 3 – Comparação da rigidez do fole entre compressão isotérmica e adiabática.

Volume (m ³)	Rigidez (N/m) Compressão Isotérmica	Rigidez (N/m) Compressão Adiabática
6,20E-03	1,20E+05	1,20E+05
5,58E-03	1,23E+05	1,42E+05
4,96E-03	1,26E+05	1,72E+05
4,34E-03	1,31E+05	2,16E+05
3,72E-03	1,37E+05	2,80E+05
3,10E-03	1,46E+05	3,85E+05

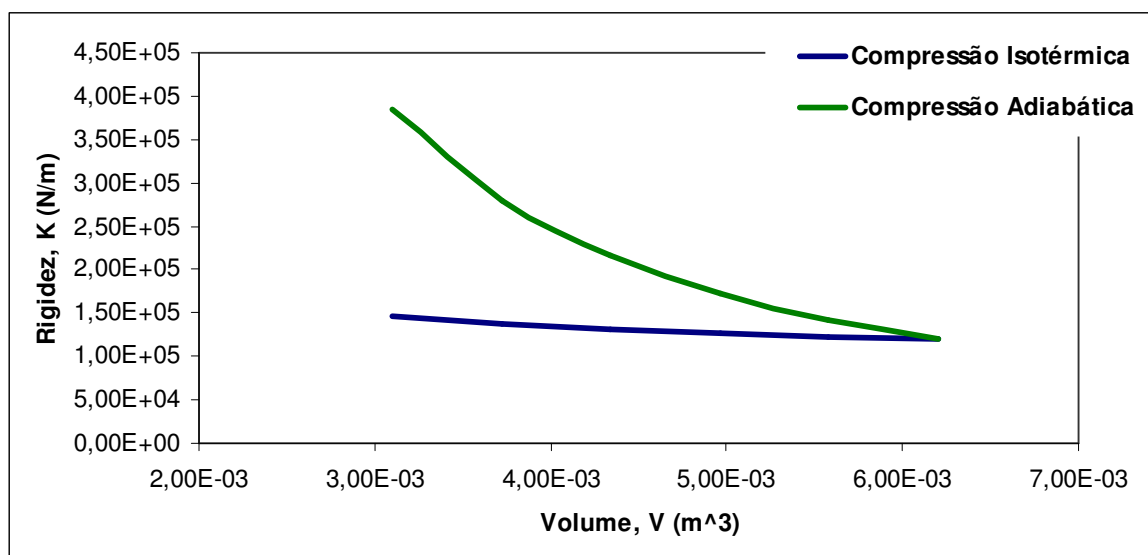


Figura 27 – Comparação da rigidez do fole anterior em regime de compressão adiabática e isotérmica.

Como se pode constatar, grandes diferenças no comportamento do veículo equipado com estes acessórios podem verificar-se na fase do projecto se a escolha do modelo incidir no comportamento isotérmico ou adiabático. No desenvolvimento deste trabalho, efectuar-se-ão testes pseudo-dinâmicos tendo naturalmente em conta a variação da rigidez da suspensão de acordo com o modelo agora obtido.

5.5. Síntese Capítulo 5

Foi estabelecida uma modelação simples baseada na interacção entre as propriedades termodinâmicas de um gás e a força necessária para o comprimir ou expandir, num volume semelhante a um fole de suspensão automóvel. Dado que o material aplicado na construção da membrana toroidal envolvendo as flanges rígidas de aplicação de força externa é normalmente um tecido impregnado, dispondo de alta resistência de membrana (em esforços de tracção, sobretudo), praticamente sem resistência à flexão, a determinação da rigidez do conjunto foi obtida assumindo a inextensibilidade da membrana envolvente.

Esta hipótese simplificou a determinação da variação de volume em função do deslocamento axial imposto ao sistema (tal como previsto em funcionamento), onde se admitiu que apenas um termo de ovalização de 2ª ordem seria suficiente para a aproximação do deslocamento de distorção da membrana).

6. ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são descritos os procedimentos laboratoriais necessários à etapa experimental do método pseudo-dinâmico usado. Em complemento ao estudo realizado, foi também estudado o comportamento mecânico da estrutura deformável (o fole), servindo de reservatório ao ar sob pressão.

Para concretizar esta etapa foi utilizada a máquina de ensaios universal do Laboratório de Tecnologia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica, SHIMADZU™ AG-50kNG (figura 28).

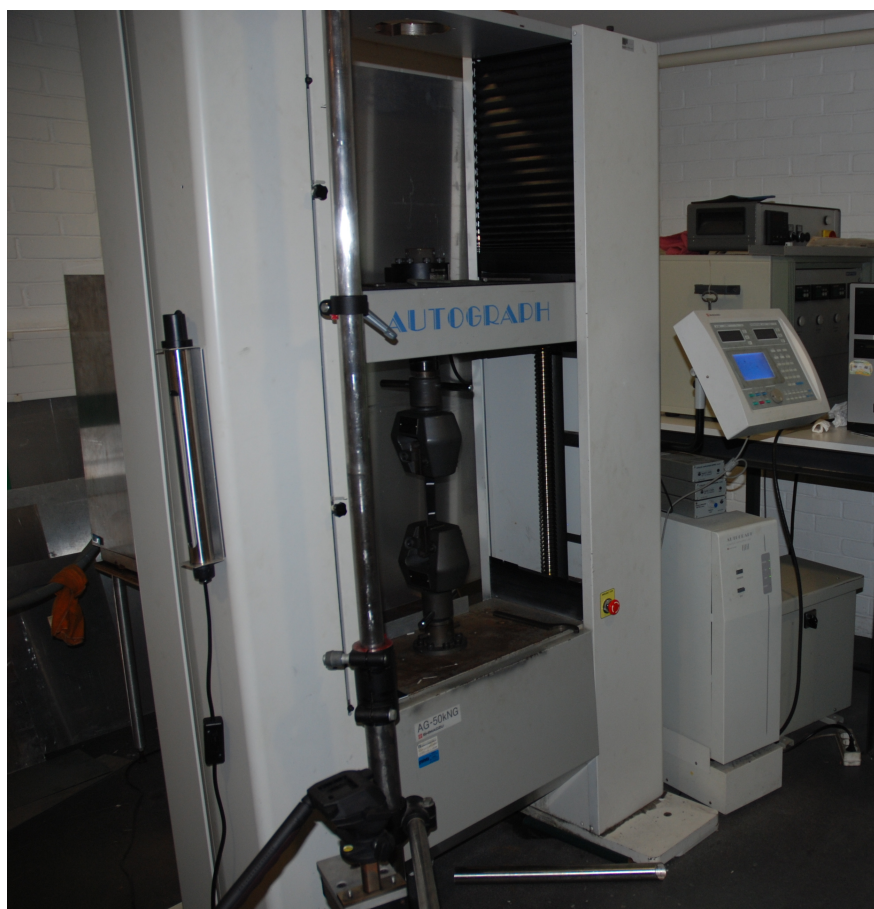


Figura 28 – Máquina de ensaios universal Shimadzu AG-50kNG.

De notar que para a realização de testes pseudo-dinâmicos, seria necessário o projecto de um sistema funcionando em ciclo automático, tal como descrito anteriormente. A máquina SHIMADZU™ não pode ser modificada para este efeito, pelo que alguns procedimentos necessários à interface entre o procedimento numérico e o experimental tiveram que ser realizados manualmente. Apesar do trabalho algo duro que isto significou, os resultados foram encorajadores como se pode verificar mais adiante.

Na realização do teste PsD, os deslocamentos foram prescritos aos modelos ensaiados através de um actuador mecânico do tipo parafuso sem fim, com capacidade de carga até 50kN e uma precisão de 0.5N. Na leitura dos deslocamentos, foi utilizado um transdutor de deslocamento com um curso máximo de cerca de 500 mm e com precisão de 1 milésima de milímetro (1000nm). O controlo, estabelecimento do *feedback* e conversão dos sinais analógico/digitais entre a célula de carga e o transdutor de deslocamento foi efectuado através de um autómato programável que operava sobre o algoritmo numérico através do computador análogo à máquina de ensaios. Todos os ensaios foram realizados a uma velocidade de 2mm/min.

Tal como foi referido anteriormente, o arranque de um ensaio PsD foi efectuado sobre um modelo assimilável a um sistema 1 G.L. (figura 29), necessitando para tal, do estabelecimento de um conjunto de condições iniciais. Em primeiro lugar são estabelecidas as características inerciais do sistema, nomeadamente a massa do sistema ($M=100\text{kg}$ para todos os ensaios), depois, estabelecem-se as grandezas cinemáticas iniciais que correspondem ao deslocamento, velocidade e aceleração iniciais, nulas em todos os ensaios. Por último institui-se o intervalo de discretização temporal do evento dinâmico, $\Delta t=0.005\text{s}$ (correspondente a $1/10 \times T_0$, sendo T_0 o período natural do sistema de 1 G.L.) que garante a convergência incondicional do algoritmo numérico.

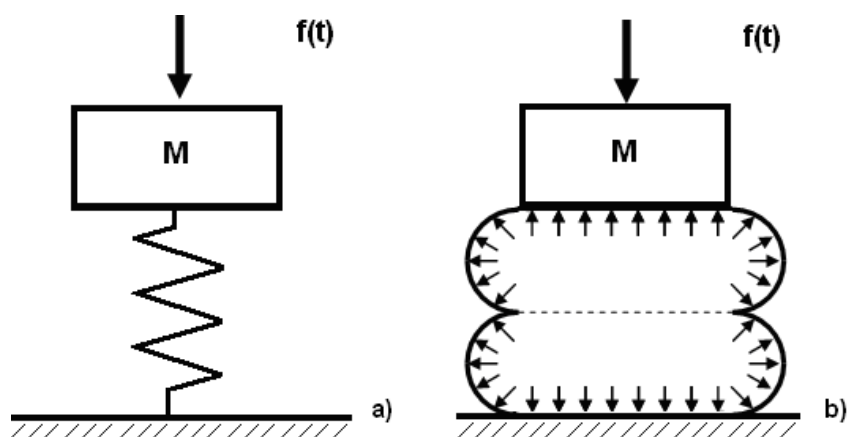


Figura 29 – a) Representação do sistema de 1 G.L.; b) Representação esquemática dos ensaios realizados.

O sistema pneumático utilizado para a realização dos ensaios pseudo-dinâmicos foi, como representa a figura 30, de fácil execução e montagem. Efectivamente, apenas foi necessária a montagem de um acessório de engate rápido à mangueira que estava acoplada ao fole pneumático por meio de uma torneira de $\frac{1}{4}$ ". A mangueira é posteriormente ligada à tomada de ar da unidade de tratamento de ar (UTA), unidade esta que possui filtro de ar com dreno automático, válvula reguladora de pressão e unidade de lubrificação.

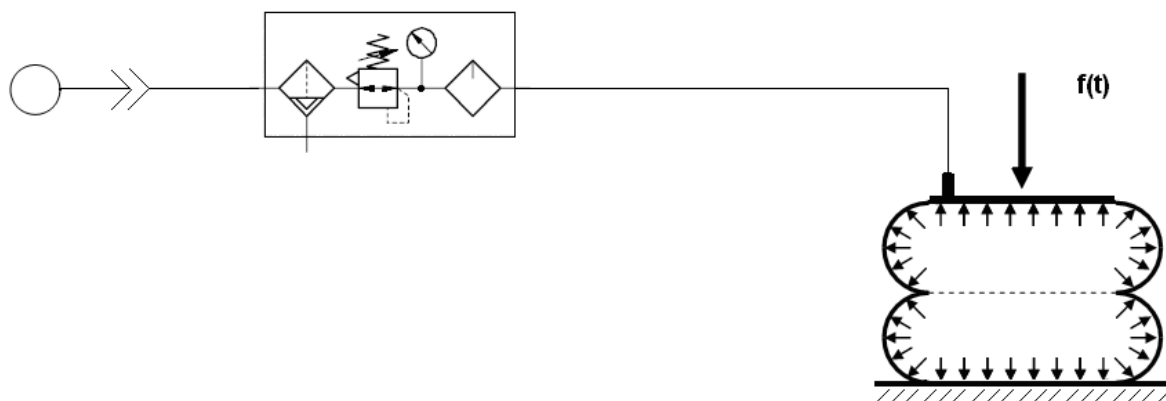


Figura 30 – Esquema pneumático dos ensaios realizados.

6.1. Síntese Capítulo 6

Como referido anteriormente, o sistema utilizado tem por base o sistema de 1 G.L. massa-mola. Para a realização de todos os ensaios foi utilizada a máquina de ensaios universal SHIMADZU™ do Departamento de engenharia Mecânica. Esta acabou por revelar-se bastante fiável, embora não seja uma máquina especificamente destinada ao efeito em análise. O sistema pneumático análogo ao fole é de montagem bastante simples, pelo que apenas necessita de ser ligado à pressão da rede na unidade de tratamento de ar.

7. TESTES E RESULTADOS

Como foi referido, o sistema laboratorial não pode ser automatizado por se tratar de uma infra-estrutura para testes de materiais. Deste modo, deslocamentos e pressões do fole foram manualmente ajustados em cada ciclo pseudo-dinâmico (apenas nos ensaios adiabáticos).

A tabela 4 agrupa todos os ensaios efectuados, apresentando as principais diferenças entre cada um deles.

Tabela 4 – Ensaios efectuados.

Ensaio	Tipo	Pressão (bar)	Força (N)
1	Isotérmico	4	1500
2	Adiabático	4	1500
3	Isotérmico	4	750
4	Adiabático	4	750
5	Isotérmico	6	1500
6	Adiabático	6	1500

7.1. Curvas de Comportamento do acessório testado

Os ensaios a seguir realizados tiveram como objectivo a verificação da característica dissipativa da estrutura mecânica da mola pneumática em função da pressão interna. Para tal, ao efectuar os testes pseudo-dinâmicos, foi possível em simultâneo (a título secundário, no entanto contendo informação importante) o registo do comportamento mecânico da mola na fase de amplitude crescente/decrescente. Todos os gráficos representativos do comportamento de cada um dos ensaios (figuras 31, 32, 33, 34, 35 e 36) mostram que a mola apresenta uma característica praticamente linear. No entanto é evidenciada uma maior tendência para histerese com a pressão interna mais baixa (ensaios 1, 2, 3 e 4, figuras 31, 32, 33 e 34 respectivamente). Esta tendência é acentuada ainda nos ensaios isotérmicos (sem correcção da pressão interna), ou seja nos ensaios 1 e 3 (figuras 30 e 32, respectivamente).

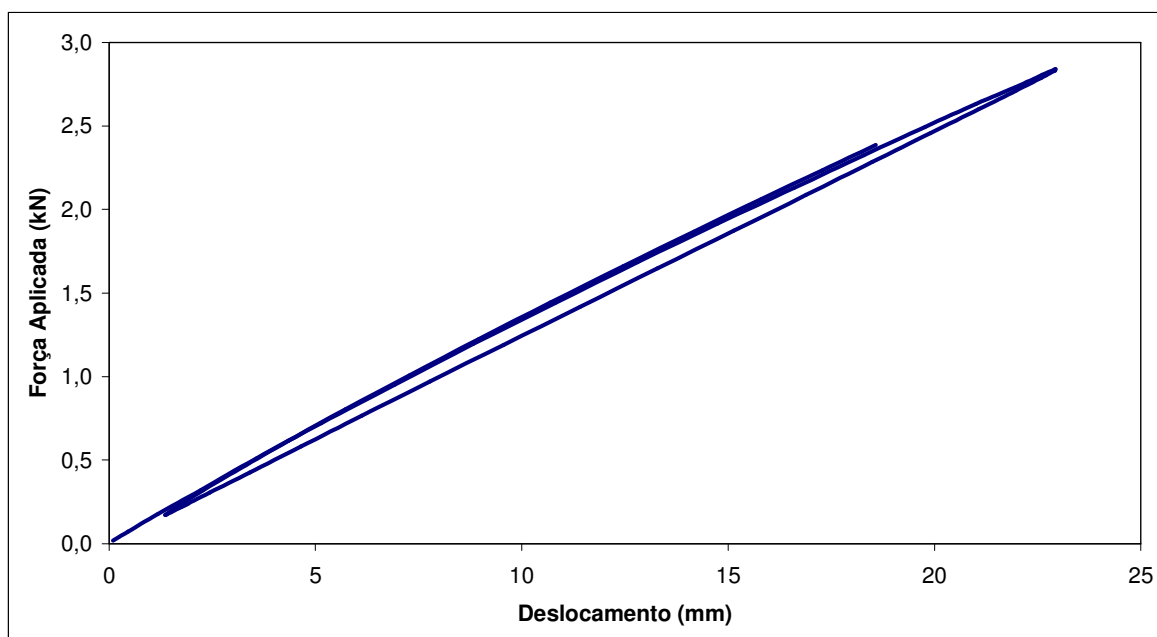


Figura 31 – Comportamento Ensaio 1.

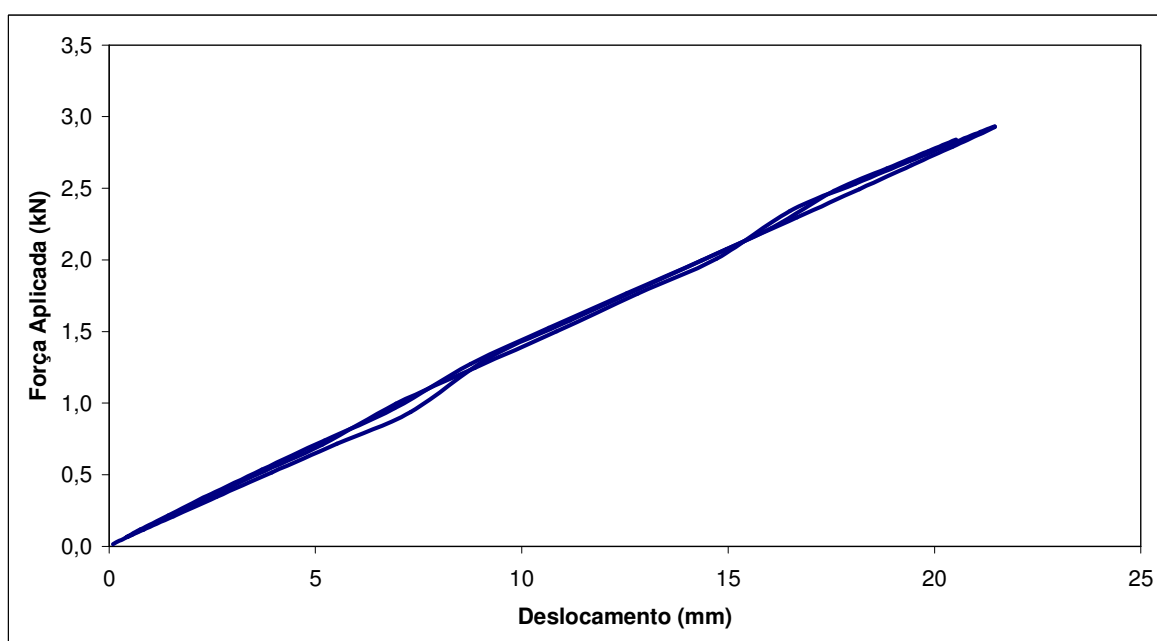


Figura 32 – Comportamento Ensaio 2.

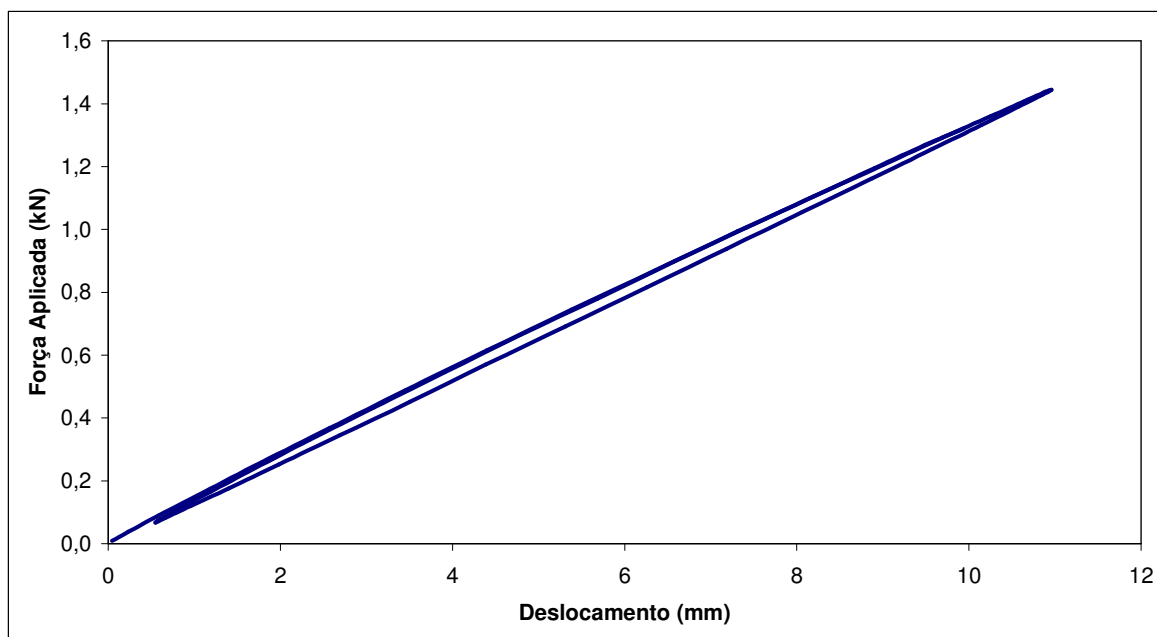


Figura 33 – Comportamento Ensaio 3.

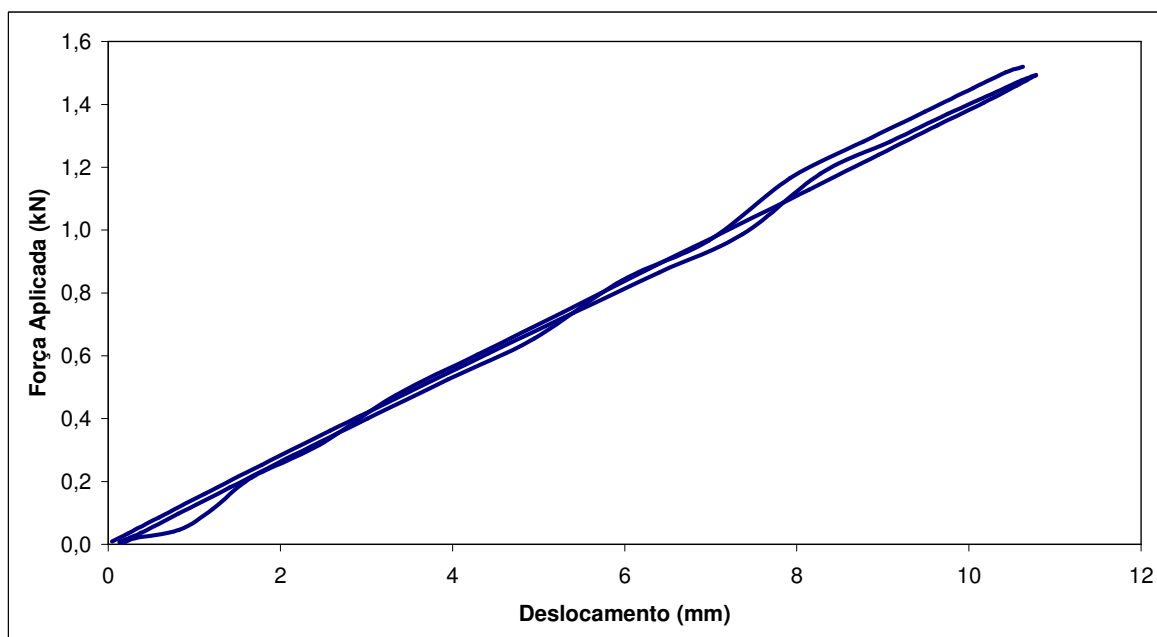


Figura 34 – Comportamento Ensaio 4.

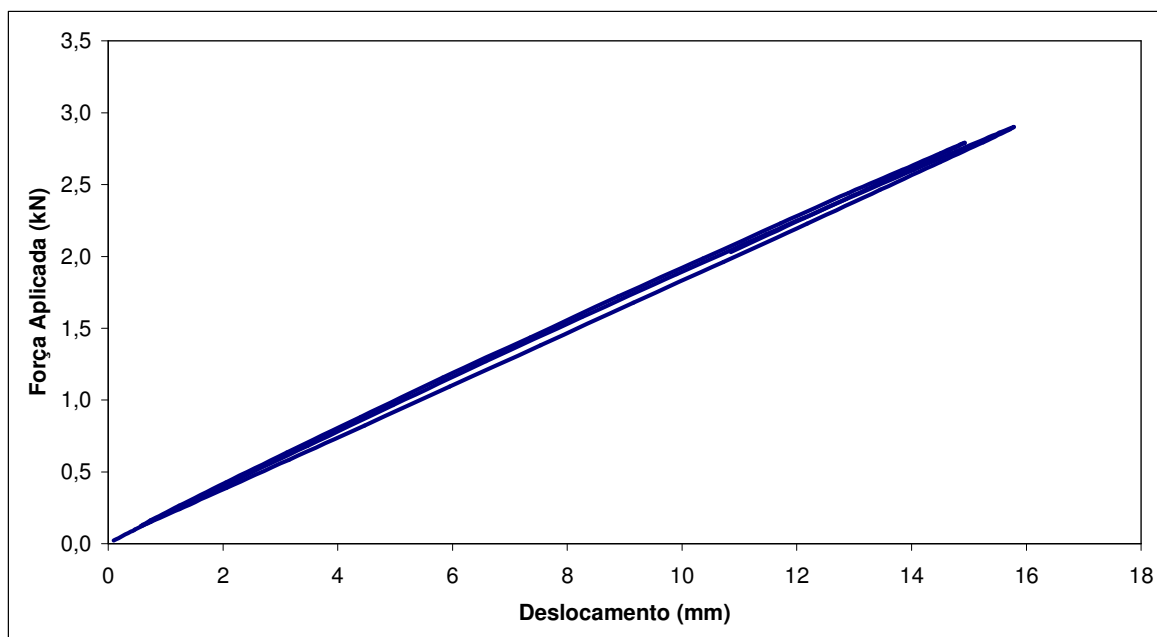


Figura 35 – Comportamento Ensaio 5.

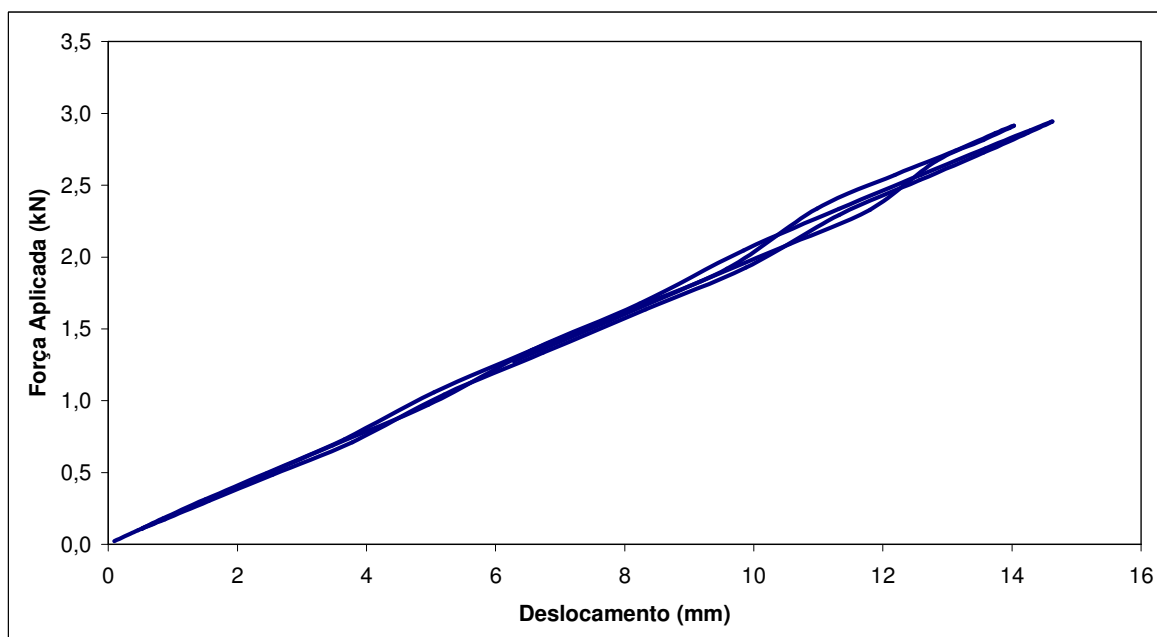


Figura 36 – Comportamento Ensaio 6.

7.2. Ensaios efectuados

Tal como verificado anteriormente, os resultados dos ensaios efectuados mostram uma boa concordância com o resultado teórico para o carregamento “em degrau” (força do tipo “step”). Não se verificou, contudo, em todos os ensaios, excepto no 4º (do tipo adiabático, com pressão interna de 4bar e força em degrau de 750N), o total regresso do fole à posição inicial, não só porque o sistema apresentou alguma dissipação de energia interna, como é possível verificar nos gráficos de comportamento analisados anteriormente, mas também porque o próprio método de Newmark (1959) apresenta alguma dissipação do tipo numérica, como pode ser verificado em Bathe (1992).

Os ensaios onde a pressão interna é corrigida, adiabáticos portanto, são os que apresentam uma menor discrepância de valores no regresso à posição inicial, e por isso uma menor dissipação de energia, tal como seria espectável.

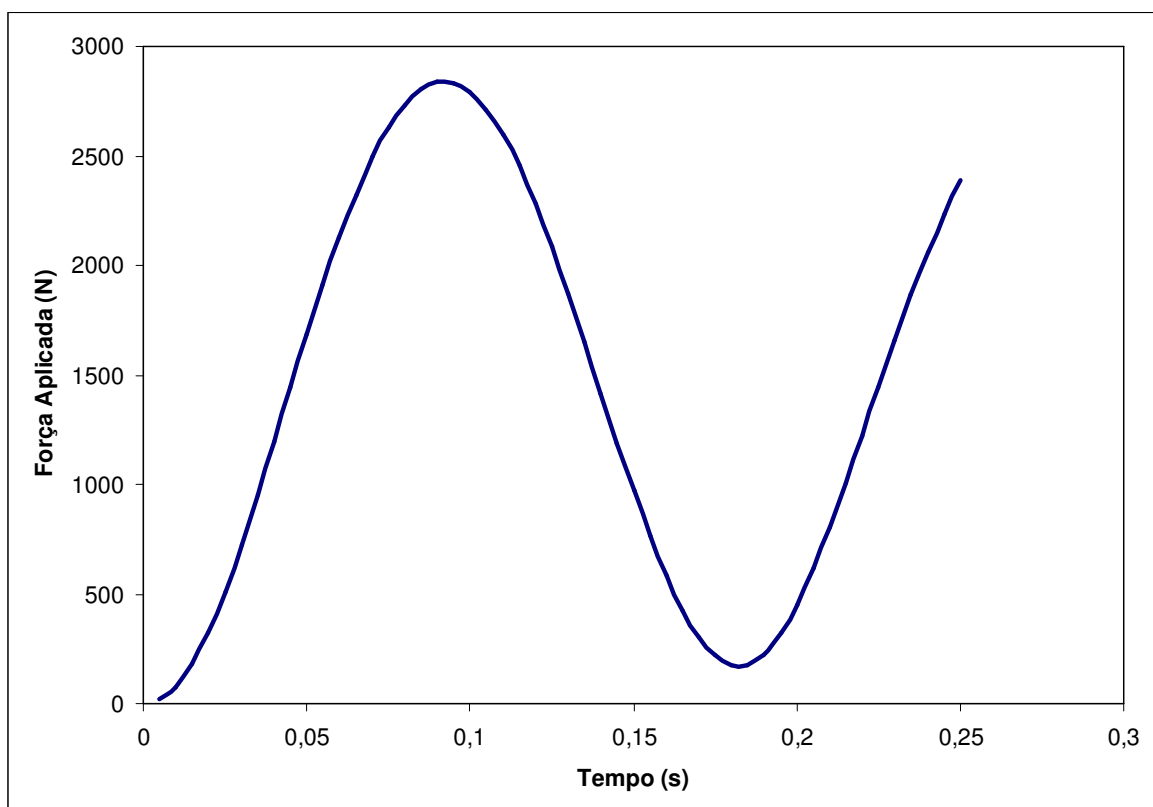


Figura 37 – Resultado Ensaio 1.

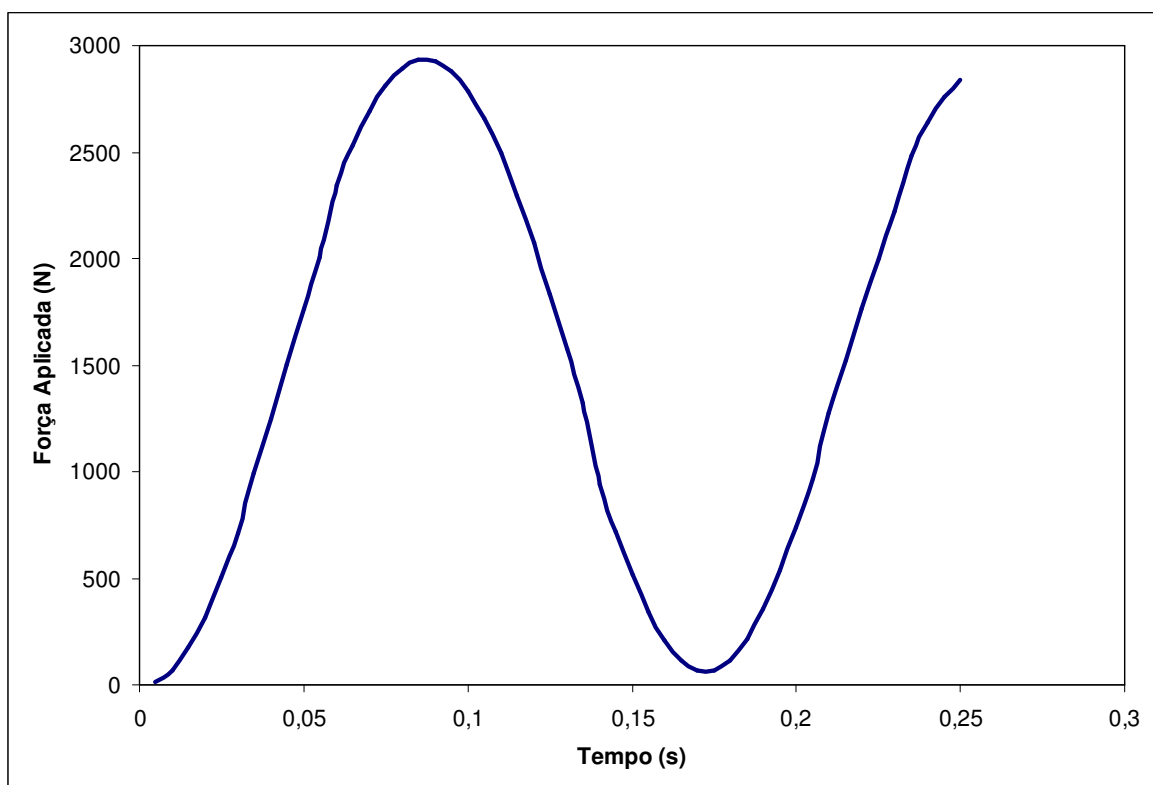


Figura 38 – Resultado Ensaio 2.

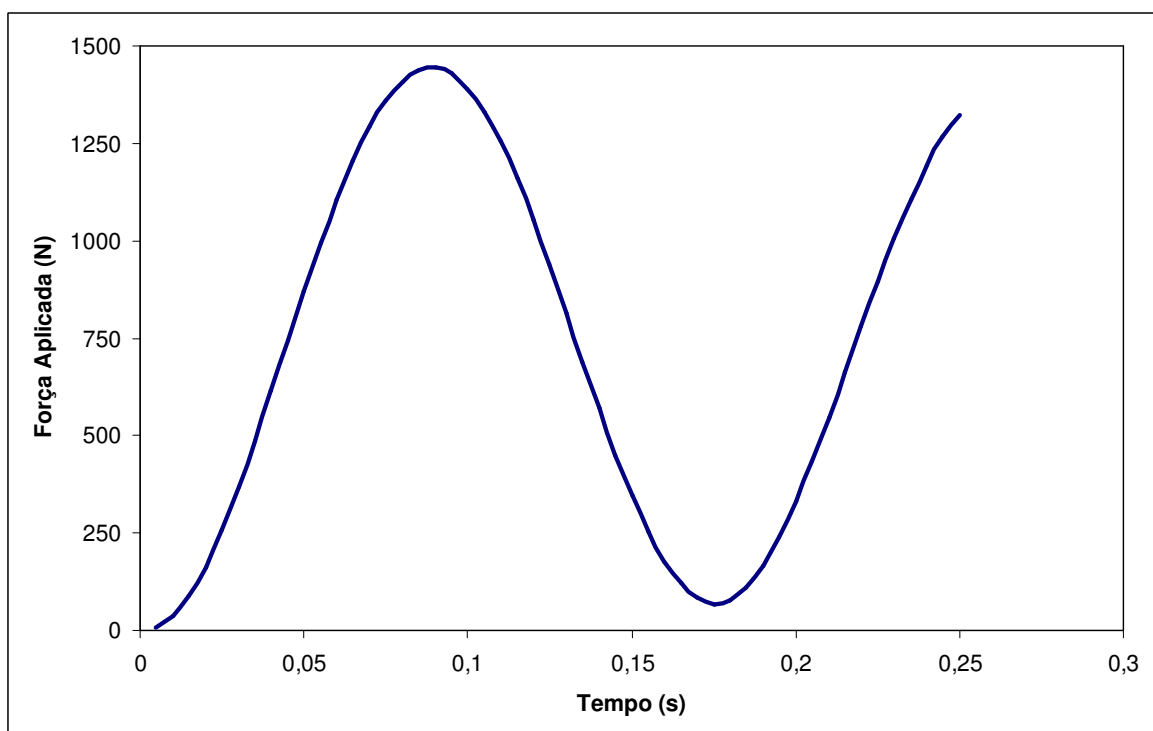


Figura 39 – Resultado Ensaio 3.

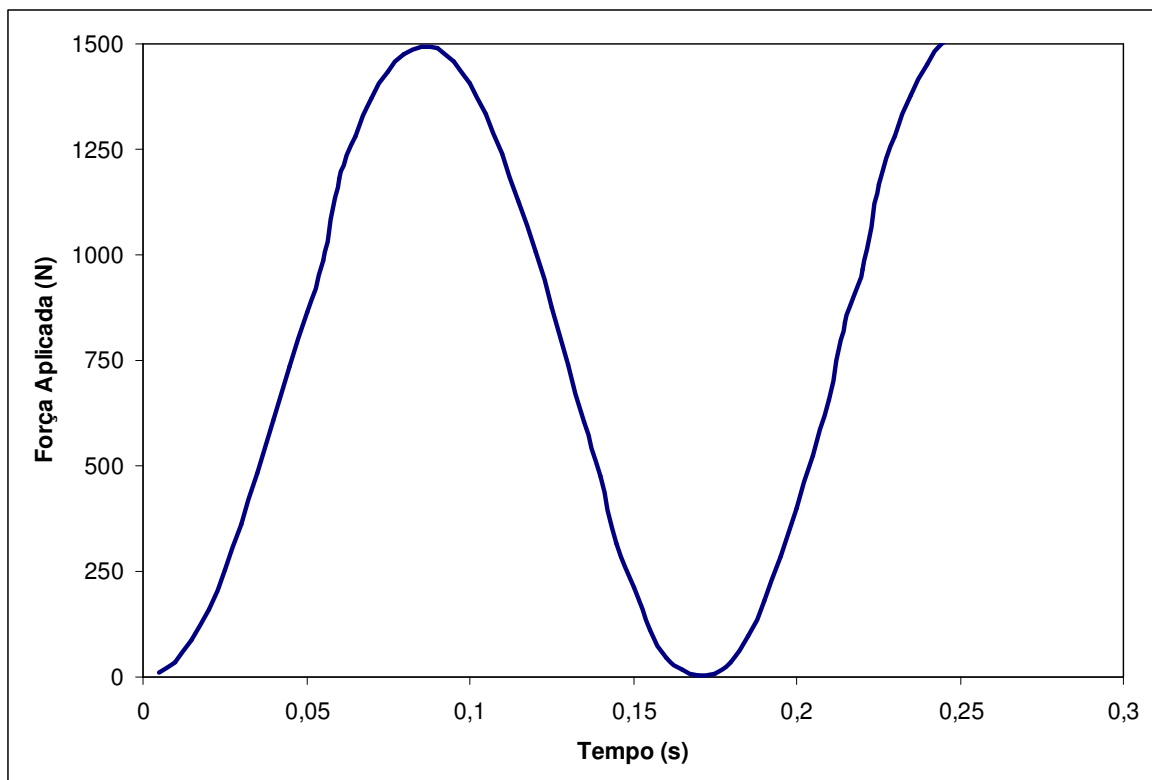


Figura 40 – Resultado Ensaio 4.

Este ensaio (4º, figura 40) é o que apresenta o melhor resultado, uma vez que é o único onde o regresso à posição inicial é completamente conseguido. Isto não só se deve ao facto de ser um ensaio com correcção de pressão a cada instante, mas também à combinação de forças presente no ensaio (pressão interna de 4bar e força tipo degrau de 750N). Como a força é menor do que em outros ensaios, o fole pneumático terá uma maior capacidade de retorno.

Como já foi referido, os testes efectuados mostram uma boa concordância com os resultados teóricos para o mesmo problema. No entanto tal é verificado, porque o curso máximo previsto no problema de simulação não afectou notavelmente a rigidez do fole. Fosse o curso bastante maior e a solução com métodos analíticos simples seria impossível, dada a característica não linear analisada no ponto 5.4..

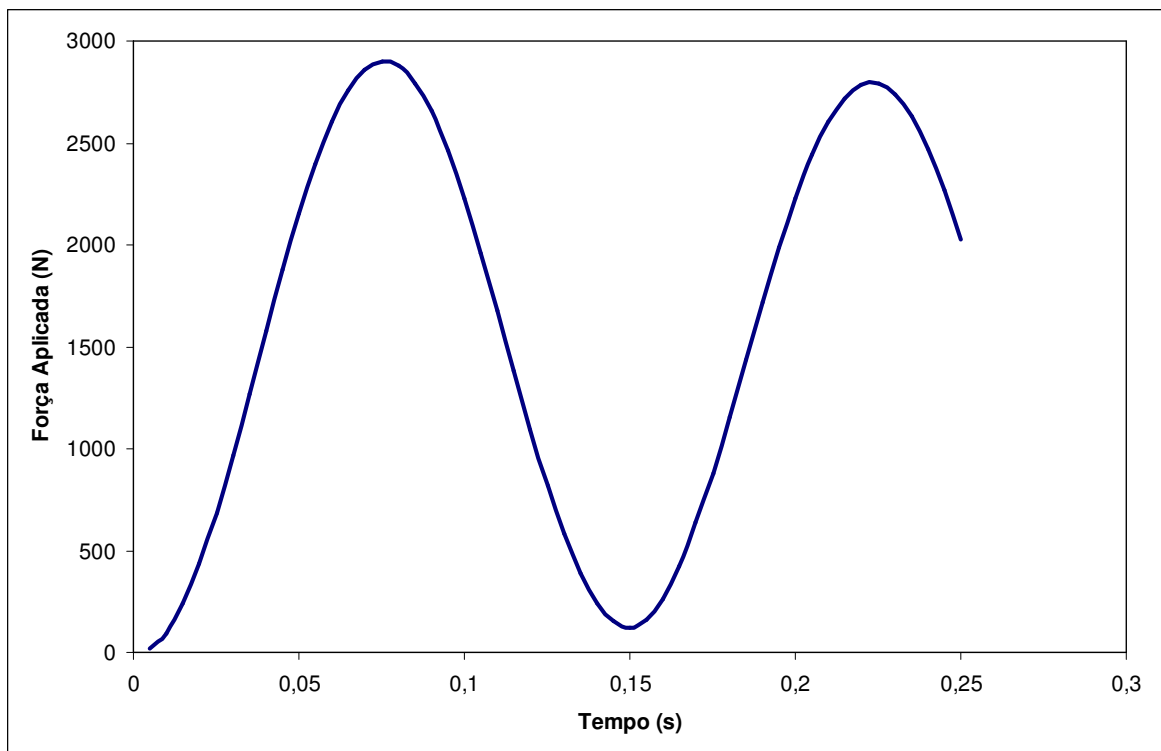


Figura 41 – Resultado Ensaio 5.

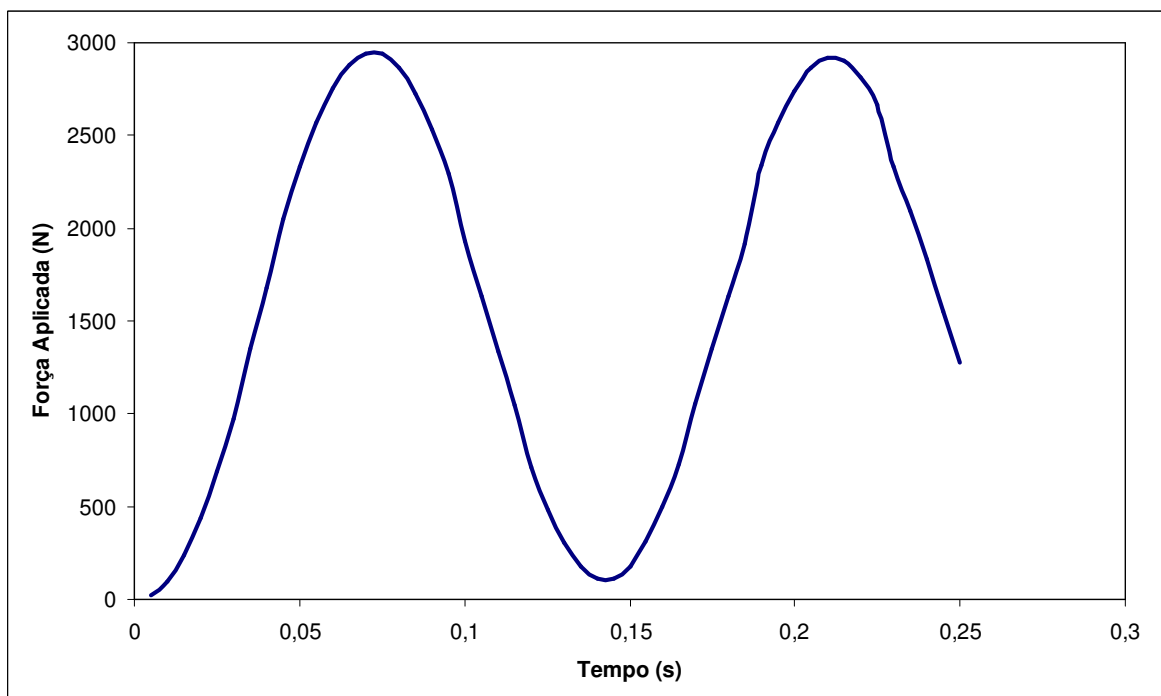


Figura 42 – Resultado Ensaio 6.

7.3. Comparação dos Ensaios efectuados

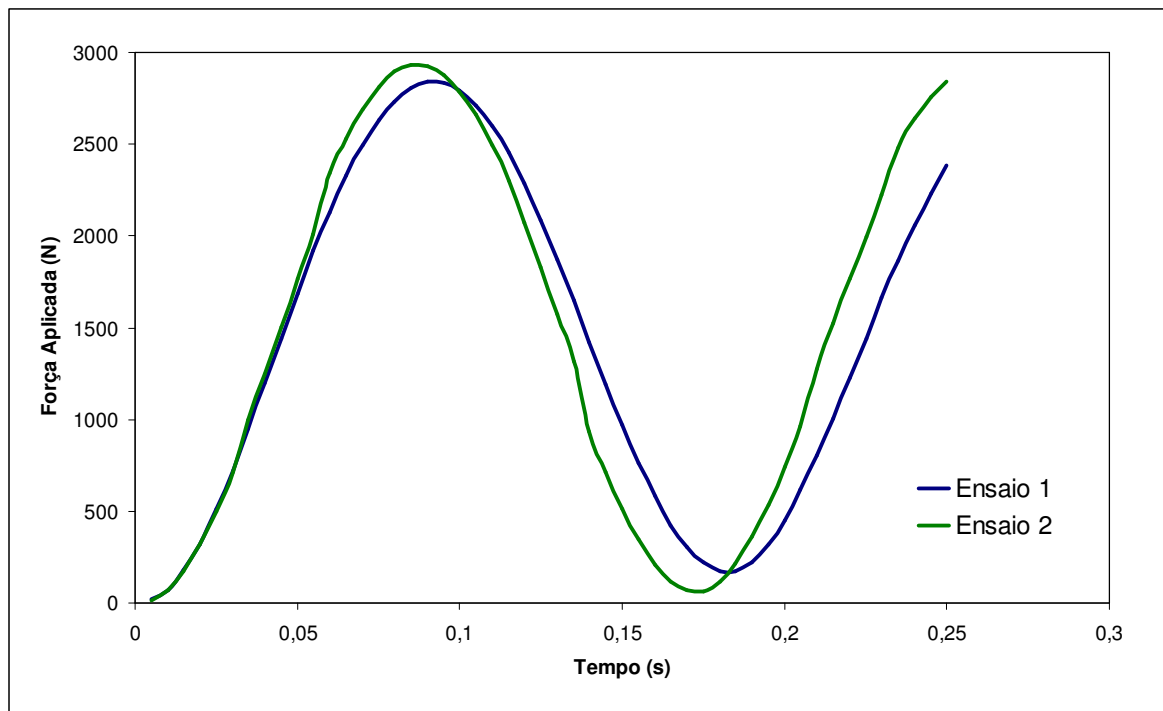


Figura 43 – Comparação Ensaio 1 e 2.

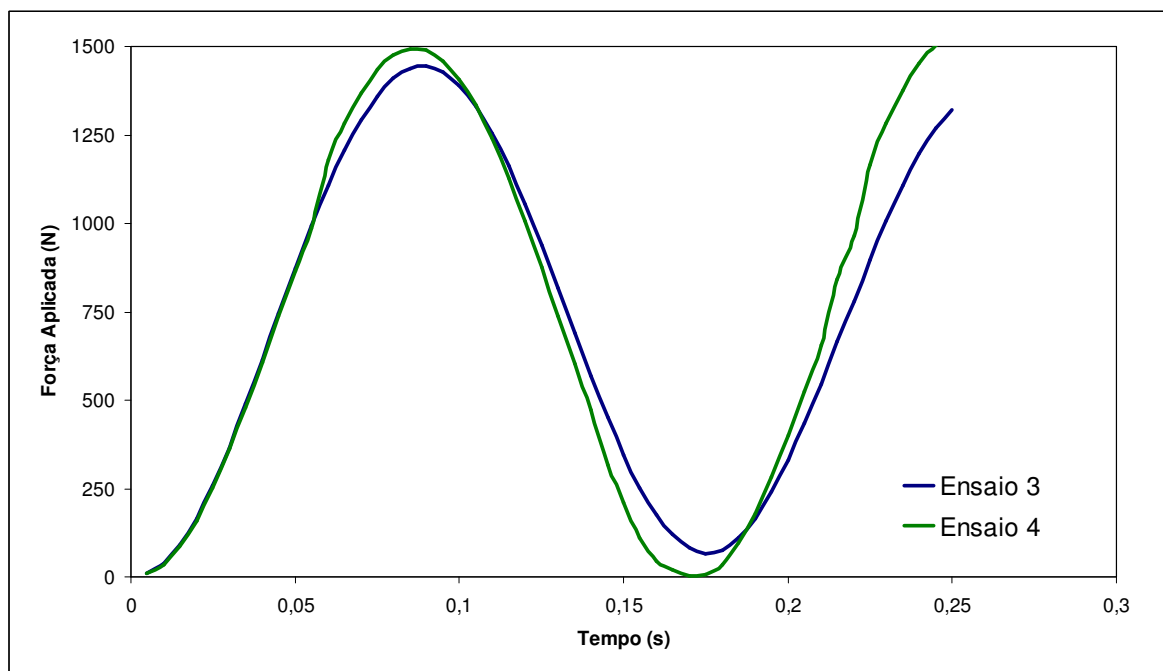


Figura 44 – Comparação Ensaio 3 e 4.

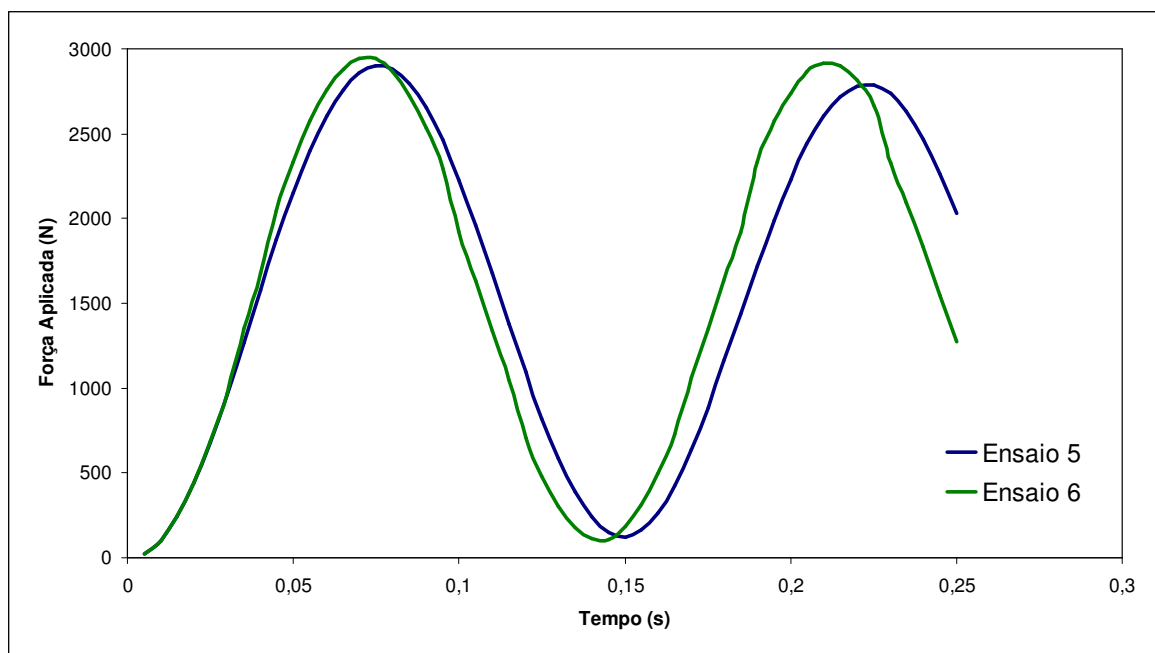


Figura 45 – Comparação Ensaios 5 e 6.

Os gráficos atrás representados, figuras 43, 44 e 45 demonstram que, mantendo o intervalo de tempo Δt , os ensaios adiabáticos (ensaios 2, 4 e 6 (representados a verde)) fornecem uma maior rigidez à mola, fazendo com que o período natural se reduza, o que significa o aumento da frequência natural do sistema.

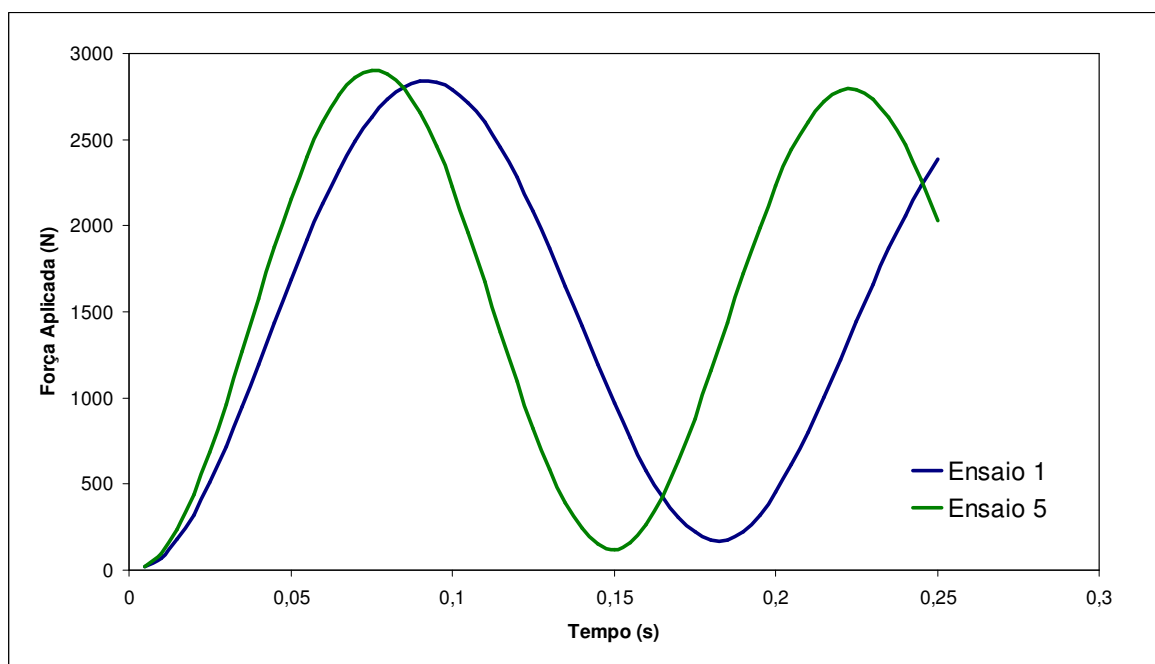


Figura 46 – Comparação Ensaios 1 e 5.

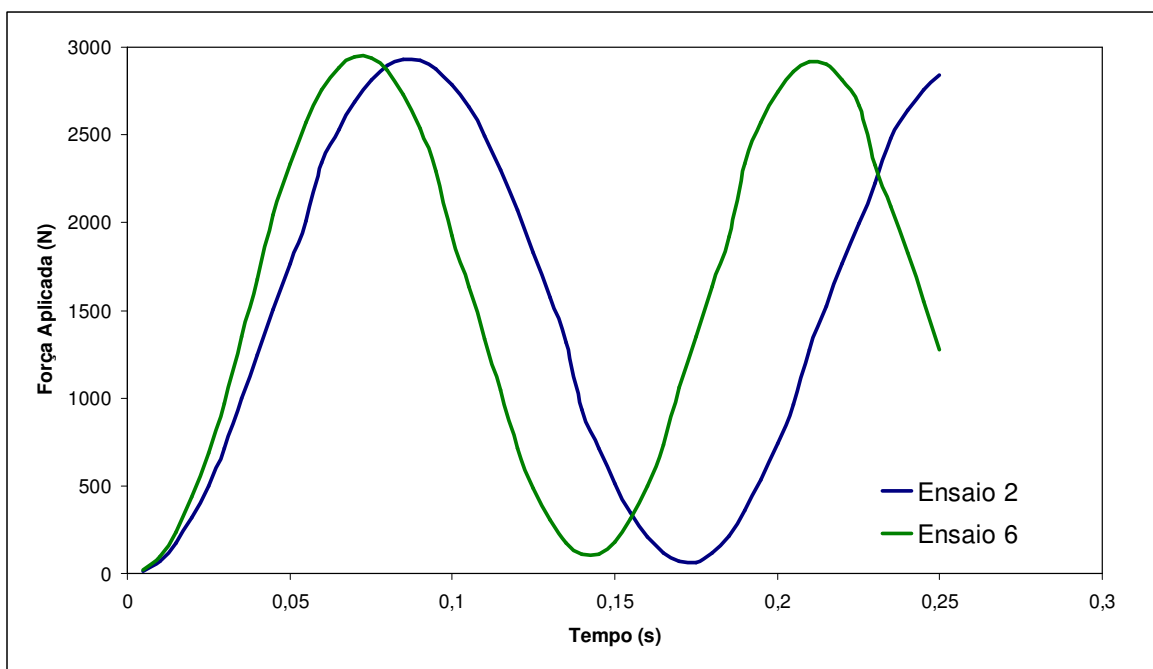


Figura 47 – Comparação Ensaios 2 e 6

Pode-se ainda verificar que, para o mesmo tipo de ensaio (isotérmico, figura 46 (ensaio 1 e 5), ou adiabático, figura 47 (ensaio 2 e 6)), com a mesma força (1500N), mas com pressões internas diferentes, os ensaios com pressão mais elevada (6bar, ensaios 5 e 6) permitem uma melhor recuperação elástica do fole, ou seja, dissipam menos energia.

Se forem analisados agora os ensaios do mesmo tipo (isotérmico, figura 48 (ensaio 1 e 3), ou adiabático, figura 49 (ensaio 2 e 4)), com a mesma pressão interna (4bar), mas com forças “tipo degrau” diferentes (1500N, ensaios 1 e 2 e 750N, ensaios 3 e 4), verifica-se que a força não influencia de maneira inquestionável o comportamento do fole pneumático.

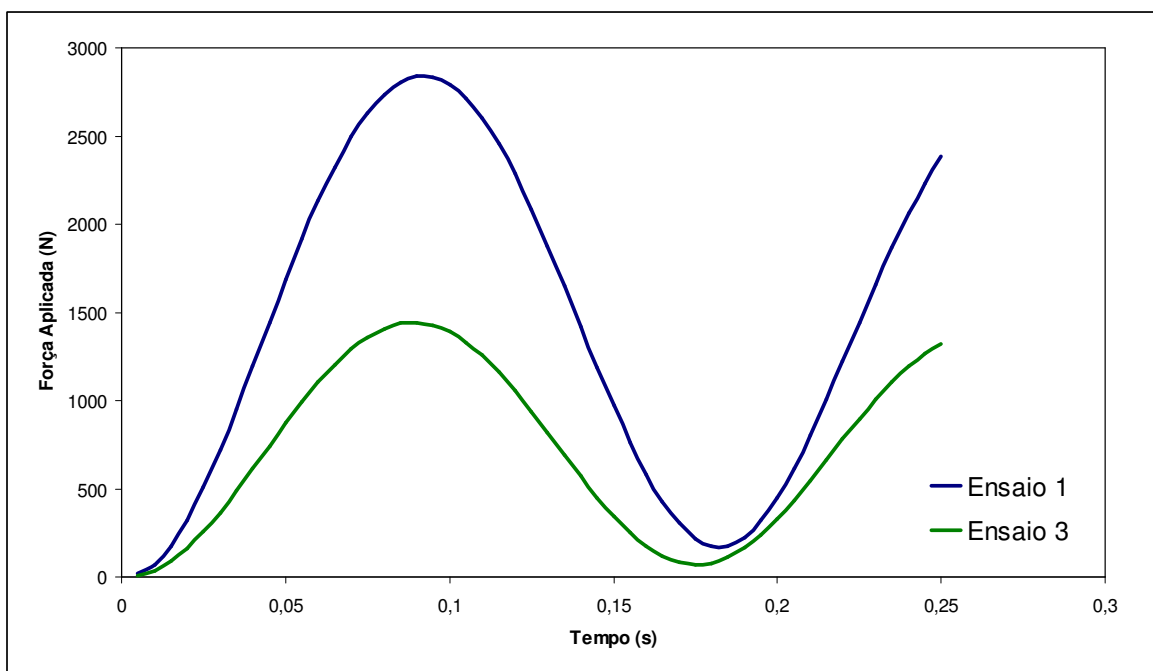


Figura 48 – Comparação Ensaios 1 e 3.

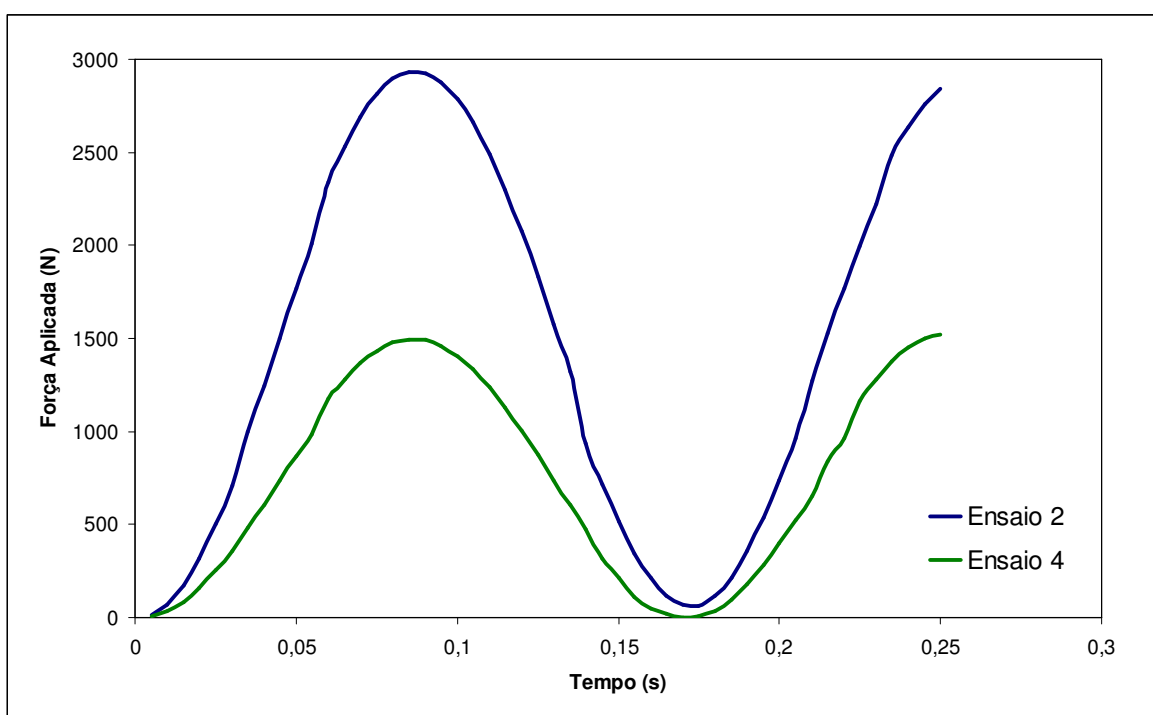


Figura 49 – Comparação Ensaios 2 e 4.

7.4. Ensaios de Histerese

Tendo como finalidade a confirmação de factores de dissipação de energia no fole pneumático durante os ensaios pseudo-dinâmicos, foram realizados dois ensaios carga/descarga para mostrar o comportamento de histerese do fole pneumático.

O primeiro ensaio (figura 50) foi realizado com uma pressão interna de 4 bar, a carga máxima alcançada foi de 4900N, tudo isto a uma velocidade de deformação de 1mm/min.

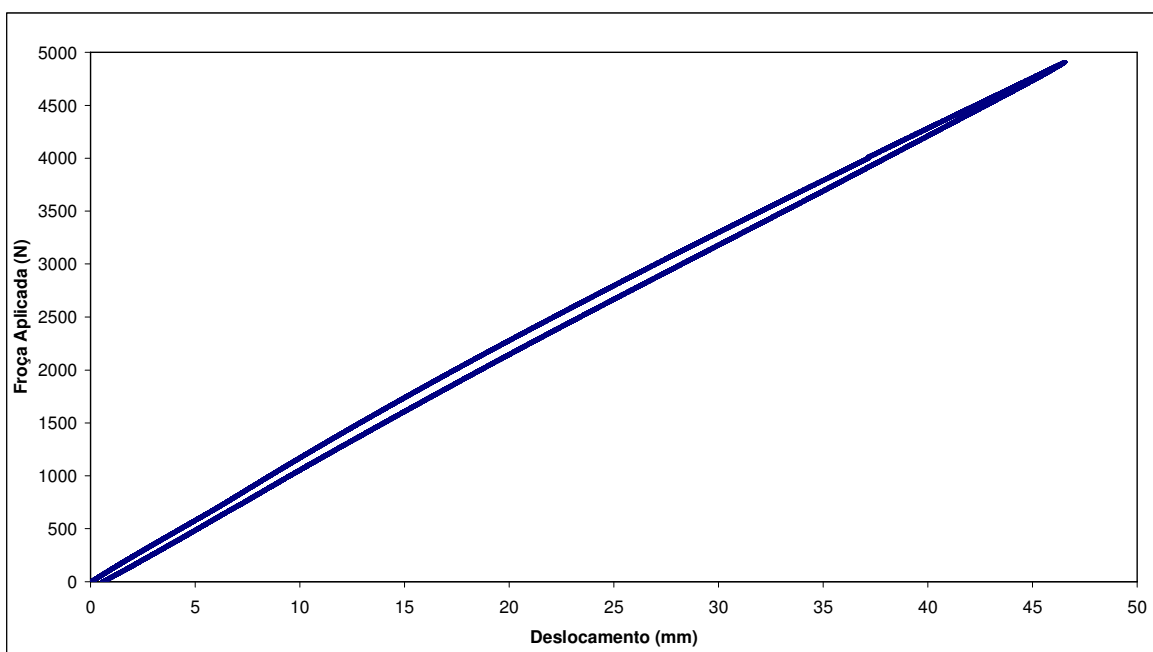


Figura 50 – Ensaio carga/descarga, mostrando o comportamento de histerese do fole pneumático.

O segundo ensaio (figura 51) foi realizado com uma velocidade de deformação de 5mm/min, com a pressão interna de 4bar, tendo a carga máxima atingido 1000N.

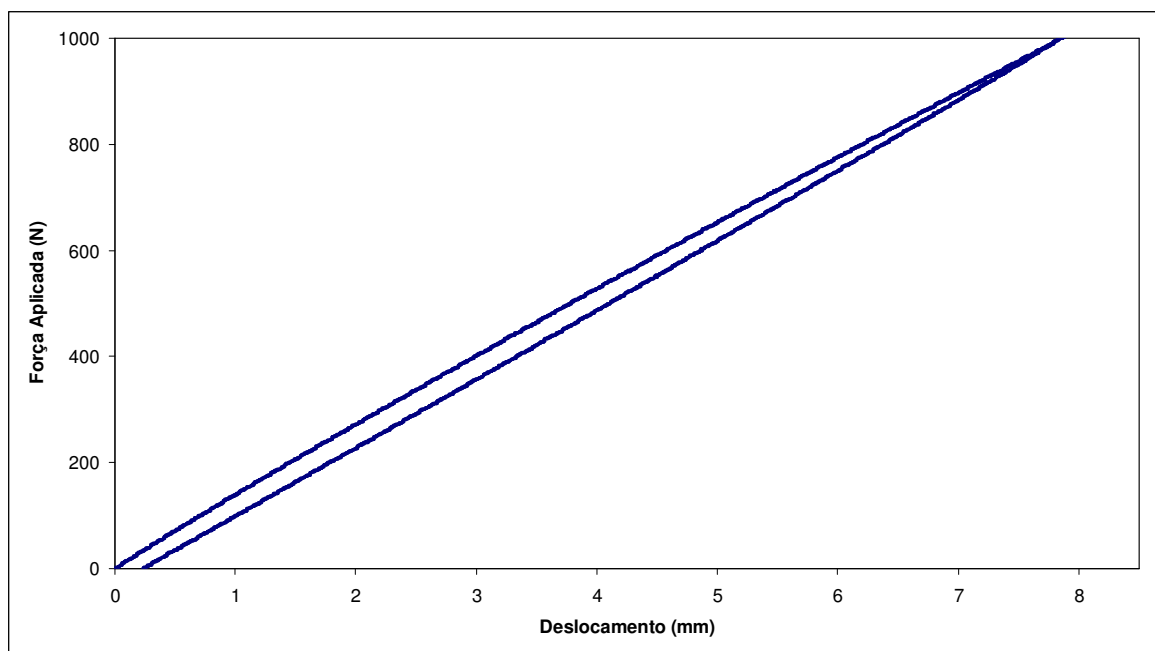


Figura 51 – Ensaio carga/descarga, mostrando o comportamento de histerese do fole pneumático.

Analisando os dois ciclos carga/descarga é possível verificar prontamente a ocorrência de mecanismos de dissipação de energia, pela presença de um ciclo de histerese. A histerese verificada na fase da descarga é fruto do comportamento viscoelástico típico dos elastómeros.

É possível verificar que, a histerese aumenta como o aumento da carga aplicada, no entanto, tal como foi visto anteriormente, esta não tem um papel absolutamente decisivo no comportamento do fole pneumático.

7.5. Ensaio a baixa pressão (2bar)

Este ensaio (figura 52), realizado apenas por mera curiosidade demonstra que para baixas pressões de enchimento do fole, ocorre uma notória dissipação de energia, muito provavelmente devida à componente de atrito interno presente no fole toroidal. Este fenómeno resulta do facto das forças envolvidas (carga e pressão) serem de tal maneira baixas que podem ser responsáveis por movimentos relativos entre a fibra de reforço e o material polimérico do fole. Uma maior pressão pode determinar que a estrutura fibrosa se comprima mais contra a matriz polimérica, reduzindo-se assim eventuais movimentos relativos responsáveis por atrito interno.

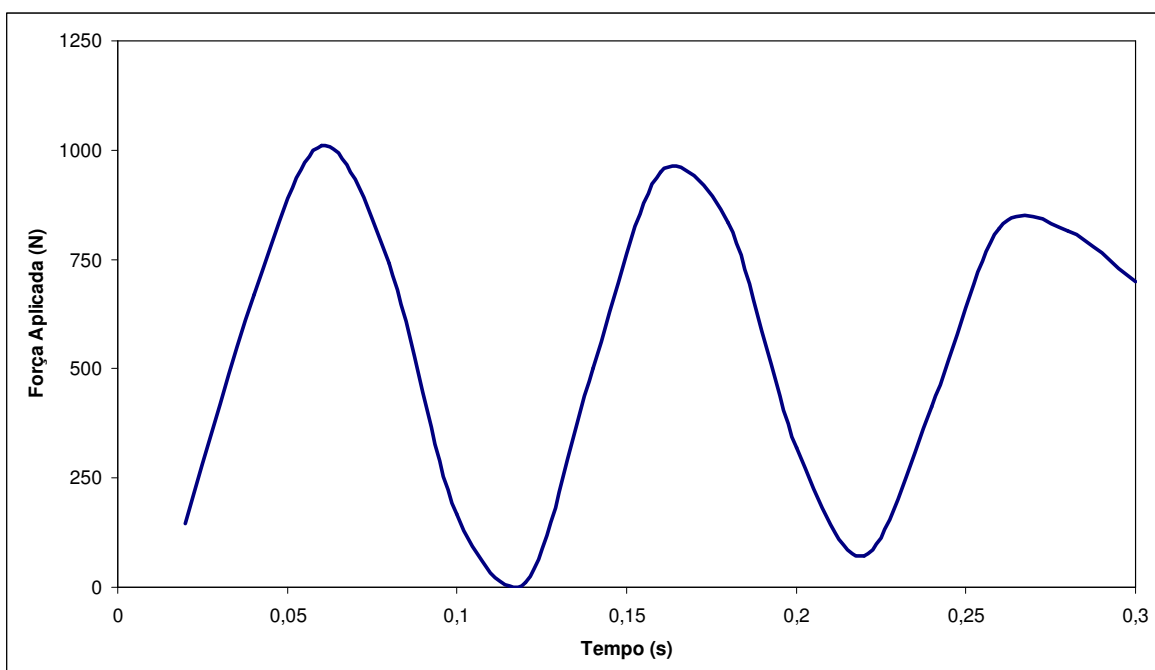


Figura 52 – Ensaio a baixa pressão (2bar).

7.6. Síntese Capítulo 7

Os resultados obtidos experimentalmente demonstram a convergência e robustez do método utilizado. Em todos os ensaios, à excepção de um, verifica-se que o fole não regressa na totalidade à posição inicial, situação que se deve ao facto de apresentarem alguma dissipação de energia interna, mas também porque o próprio método de Newmark (1959) apresenta alguma dissipação do tipo numérica, Bathe (1992).

Os ensaios adiabáticos, apresentam uma menor discrepância de valores no regresso à posição inicial, e por isso uma menor dissipação de energia, tal como seria espectável. São por isso estes ensaios os mais aproximados do ideal. No entanto os casos onde não se pode, ou não justificam a correcção da pressão têm resultados perfeitamente aceitáveis e enquadrados com a realidade.

8. MODELAÇÃO NUMÉRICA

8.1. Características e Propriedades da Membrana

8.1.1. Ensaios Efectuados

Para a obtenção das constantes elásticas da membrana pneumática, foram executados ensaios de tracção em provetes da membrana do fole, como se encontra devidamente ilustrado na figura 53. A determinação destas constantes é feita através dos resultados obtidos experimentalmente na curva tensão-deformação. Tais resultados são introduzidos na análise numérica, realizada pelo programa de elementos finitos ABAQUS™, em que foram utilizados dois dos modelos disponíveis para a análise de materiais hiperelásticos, os modelos de Mooney-Rivlin e de Ogden. Assim, é possível assumir a equação constitutiva do modelo, para que se ajuste de forma mais adequada aos resultados experimentais obtidos.



Figura 53 – Imagem dos ensaios efectuados.

8.2. Caracterização da Membrana

A característica mais importante de um elastómero é, sem dúvida, a sua elevada capacidade de deformação, mesmo sob a acção de baixas tensões.

Da análise dos gráficos, verifica-se a não-linearidade da curva e portanto, não é possível definir o Módulo de Young (E) do material, excepto na região de baixa extensão. A elevada capacidade de deformação e baixo módulo de elasticidade, são o oposto das propriedades de um metal, assim é possível distinguir dois comportamentos elásticos:

1ª Fase: Elasticidade entrópica – Pequenas tensões provocam grandes deformações reversíveis. Este comportamento é típico dos gases e polímeros, por isso, o módulo de elasticidade (E) é baixo. Este comportamento verifica-se até cerca dos 80% de extensão.

2ª Fase: Elasticidade energética – O material apresenta elevada resistência à deformação, com tensões elevadas a provocarem pequenos deslocamentos (depois de 80% de extensão). Este comportamento é normalmente detectado em sistemas cristalinos, o módulo de elasticidade (E) é elevado.

Neste caso, uma vez que este elastómero é reforçado com malha de nylon, verifica-se pela análise dos resultados, que a ruptura da malha de nylon ocorre instantes antes da ruptura da borracha. Tal facto verifica-se aquando do pico de tensão presente no final do gráfico (extensão de 140%).

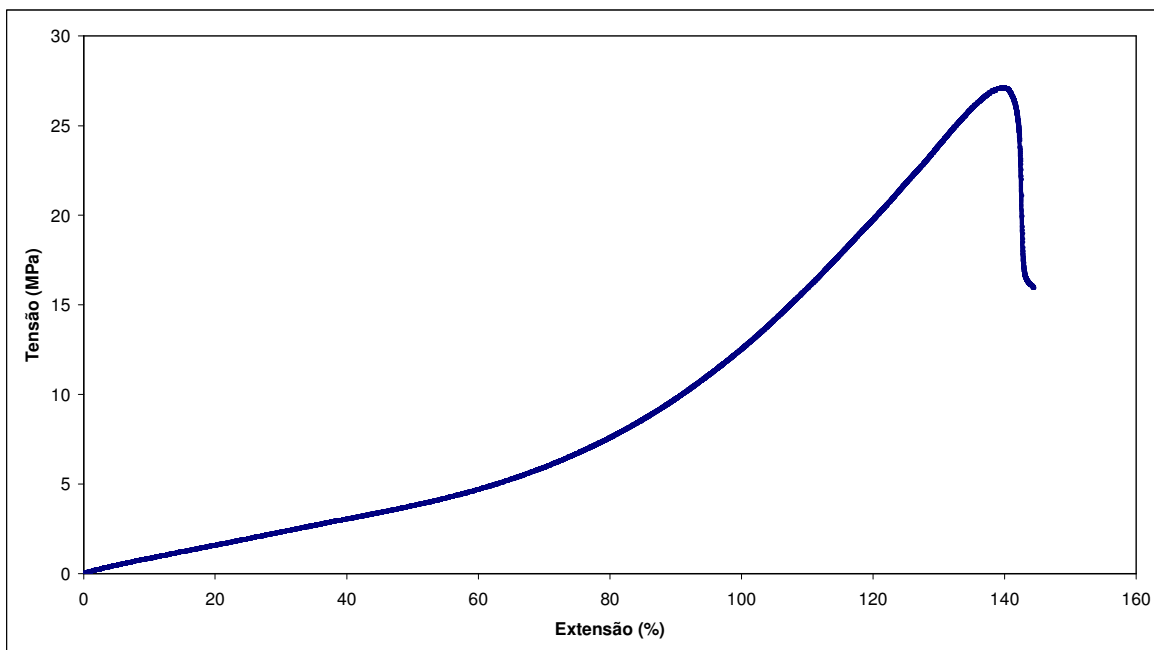


Figura 54 – Resultado gráfico do ensaio do provete.

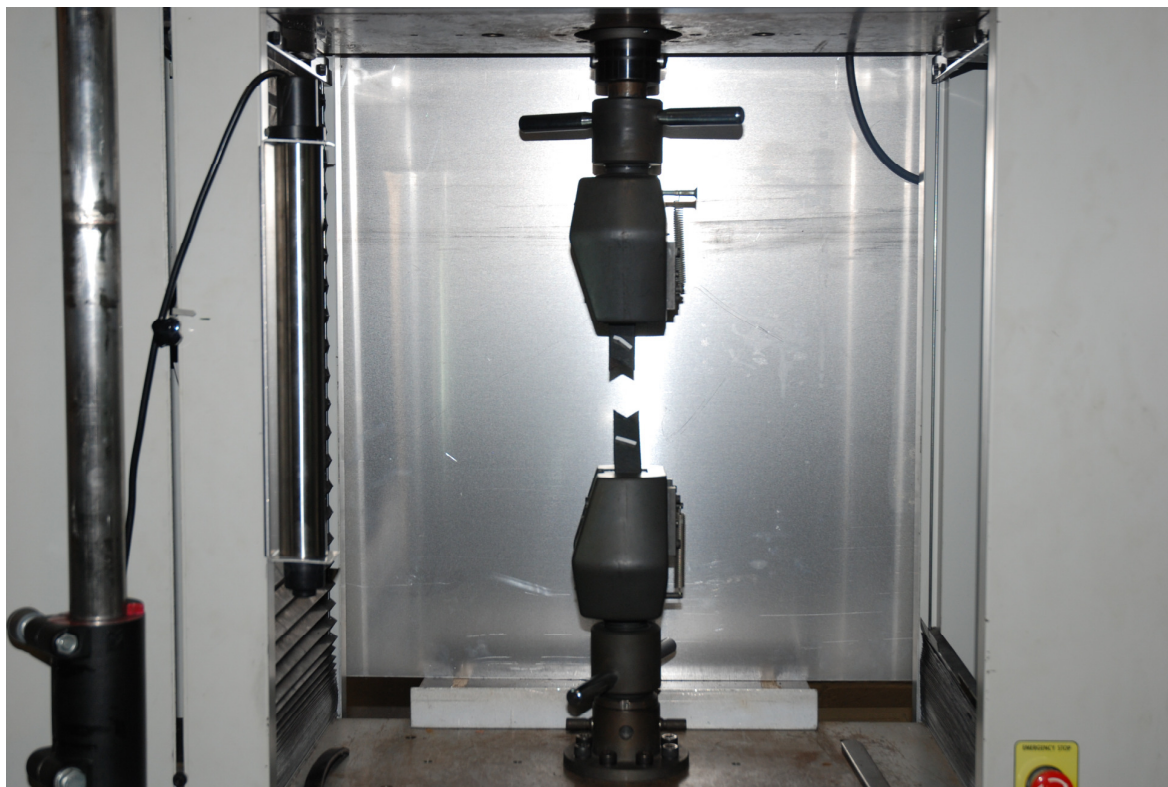


Figura 55 – Fase final do ensaio, depois da ruptura do provete.

A resposta mecânica dos elastómeros em geral, e deste em particular (elastómero reforçado), apresenta várias características interessantes. Foi verificado que, durante os primeiros ciclos de carga e descarga o elastómero sofre um significativo amaciamento e, ao fim de um determinado número de ciclos, a sua resposta torna-se repetitiva. Este amaciamento do elastómero é caracterizado pela diminuição da força necessária à sua deformação para o mesmo nível de extensão. Este fenómeno é conhecido como Efeito de Mullins. Nos ensaios efectuados foi possível verificar que a tensão, para o mesmo nível de deformação, diminui de ciclo para ciclo. A membrana do fole pneumático é constituída por algumas camadas de borracha vulcanizada. Entre estas encontram-se as camadas de reforço (malha de nylon), como pode ser verificado na figura 56.

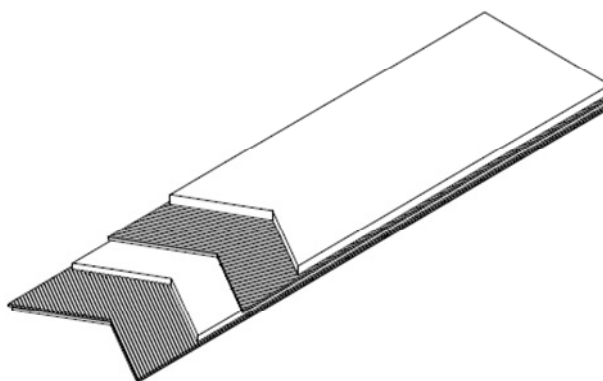


Figura 56 – Representação esquemática do provete utilizado nos ensaios.

8.3. Simulações Numéricas

Neste ponto são expostos os princípios básicos da formulação do Método dos Elementos Finitos.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma ferramenta de simulação matemática que consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, mantendo as mesmas propriedades do meio original. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos.

No âmbito da Engenharia Estrutural, o MEF tem como principal objectivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a acções exteriores. No projecto de estruturas é habitual proceder-se a uma sucessão de análises e modificações das suas características, com o objectivo de se alcançar uma solução satisfatória tanto a nível técnico como a nível económico. Neste campo pode ser comprovada a utilidade do MEF como método de optimização de estruturas.

Foi Gauss, no final do Século XVIII quem propôs pela primeira vez a utilização de funções de aproximação para a resolução de problemas matemáticos. Tais funções confirmar-se-iam posteriormente, como uma das etapas mais importantes no estabelecimento do Método dos Elementos Finitos. Depois disso muitas teorias e técnicas foram desenvolvidas para a resolução deste tipo de problemas no entanto, pouco se evoluiu devido à alta complexidade das equações algébricas envolvidas neste método.

Já no Século XX, mais precisamente na década de 50, o método desenvolveu-se substancialmente com o aparecimento de alguma tecnologia, em especial da computação. As necessidades manifestadas pela indústria aeroespacial foram as grandes responsáveis por todo este desenvolvimento.

Em 1956, Turner, Clough, Martins e Topp^[25], publicaram um artigo científico onde era proposto um método de análise estrutural, muito semelhante ao Método dos Elementos Finitos. Mas, foi já na década de 60, que estes mesmos autores referiram e descreveram pela primeira vez o Método dos Elementos Finitos. A partir de então, o seu desenvolvimento foi exponencial desenvolvendo-se significativamente até ao formato que apresenta hoje maior aceitação.

Inicialmente os elementos finitos mais utilizados eram os elementos triangulares e tetraédricos. Hoje em dia, também são utilizados em larga escala os quadriláteros e hexaedros. O MEF permite a resolução de sistemas lineares de grandes dimensões que produzem grandes quantidades de cálculos. Por isso é imperativo que seja utilizada a computação neste método, facto que poderia ser uma desvantagem há alguns anos atrás, mas que com a generalização da utilização dos computadores deixou rapidamente de ser um problema.

Actualmente o Método dos Elementos Finitos é aplicado em áreas de investigação e desenvolvimento tão dispersas como a Engenharia, a Medicina, os Materiais ou mesmo a Biologia e Biomecânica.

Este é o método numérico mais utilizado actualmente na simulação do comportamento de sistemas reais complexos. Como já foi referido o MEF é aplicado em diversas áreas e campos de aplicação. Destas destacam-se a análise de tensões e deformações, transferência de calor, fluidos e electromagnetismo. Este tipo de resolução de problemas permite, em oposição aos tradicionais modelos analíticos, a resolução de problemas de complexidade considerável.

A primeira abordagem ao método consiste na definição do modelo geométrico do meio que se pretende analisar, procedendo, para tal, à sua modelação gráfica num programa CAD (Computer Aided Design). A discretização do meio em elementos finitos é a próxima etapa do método. Para isso são utilizados programas específicos como o ABAQUS™ ou o FEMAP™.

Neste caso, o programa de simulação numérica utilizado foi o ABAQUS™. Graças às suas tremendas potencialidades, este permite a resolução de inúmeros problemas de engenharia, envolvendo geometrias complexas.

O ABAQUS™ é amplamente utilizado na indústria automóvel, bem como nas mais diversas áreas da engenharia.

8.3.1. Elaboração de um modelo baseado em estruturas tipo membrana

Nesta etapa foi introduzido um modelo para simular o comportamento de um fole toroidal pressurizado. Esta etapa consiste no uso de uma membrana toroidal submetida a pressão estática. O sistema será carregado ao longo de um anel de carga e pretende-se determinar o aumento de pressão que deriva da imposição de um deslocamento imposto no anel de carga.

No estudo do comportamento de membranas de materiais hiperelásticos há a necessidade de se escolher leis constitutivas que descrevam da melhor forma possível as propriedades do material. Muitas teorias foram desenvolvidas com o intuito de se apresentar uma equação constitutiva que melhor represente o comportamento destes materiais. Dentre estas, as mais conhecidas são a Neo-Hookeana, Mooney-Rivlin e de Ogden. Enquanto para a descrição de um material Neo-Hookeano, necessita-se apenas de uma constante elástica, para os materiais de Mooney-Rivlin e Ogden, necessita-se determinar o valor de duas constantes.

Existem na literatura vários modelos que definem as propriedades mecânicas dos materiais, entre eles estão os modelos de materiais elásticos e inelásticos.

Dentro da classe dos materiais elásticos estão os materiais elásticos lineares, os hipoeelásticos, os hiperelásticos e os viscoelásticos. Dentro da classe dos materiais inelásticos podem-se destacar os materiais plásticos. Os modelos constitutivos para materiais hiperelásticos descrevem o comportamento do material através da energia de deformação.

São utilizados geralmente para descrever o comportamento não-linear dos materiais elastoméricos e são válidos quando se utiliza a teoria de grandes deformações.

Em problemas envolvendo grandes deformações deve-se levar também em consideração as não-linearidades geométricas. Assume-se que nos materiais elastoméricos as moléculas têm uma orientação inicial aleatória. Assim o material é inicialmente considerado isotrópico. À medida que o material é traccionado, a orientação das moléculas muda gerando uma anisotropia do material. Entretanto o desenvolvimento desta anisotropia assume a direcção da deformação, então o material pode ser considerado isotrópico através da história de deformação. Como uma consequência, a energia potencial de deformação deve ser preferencialmente formulada como uma função dos invariantes de deformação. Dentre as formulações existentes para a energia de deformação de materiais hiperelásticos estão a teoria de Arruda-Boyce, Mooney-Rivlin, Neo-Hookeana, Ogden, Polinomial, Van der Waals, entre outras^[26].

Para simular numericamente o comportamento do fole toroidal, recorreu-se aos modelos hiperelásticos de Mooney-Rivlin e de Ogden.

A energia potencial armazenada no sólido de acordo com a formulação de Mooney-Rivlin é dada por:

$$U = C_1(\bar{I}_1 - 3) + C_2(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J^{el} - 1)^2 \quad (6.1)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{\bar{\lambda}_1^2} + \frac{1}{\bar{\lambda}_2^2} + \frac{1}{\bar{\lambda}_3^2} \quad (6.2)$$

C_1 , C_2 e D_1 são parâmetros do material e I_2 é o segundo invariante de deformação desviador.

Para os casos onde as deformações nominais são grandes, este modelo é bastante eficaz. A constante D_1 está relacionado com o grau de incompressibilidade do material, isto é, quando ele é nulo o material é considerado incompressível.

No seguimento do modelo de Mooney, vários autores tentaram expandir a formulação de Rivlin para valores de deformação mais elevados do que os usados na formulação original, tendo constatado que os primeiros termos em I_1 I_2 eram inadequados. Surgiu então Ogden, que propôs que a energia potencial seria:

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{-\alpha_i} + \lambda_2^{-\alpha_i} + \lambda_3^{-\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J^{el} - 1)^{2i}, \quad (6.3)$$

onde λ_i são as extensões principais, μ_i , α_i e N são as constantes relacionadas com as propriedades do material.

Através dos dados experimentais de tensão e deformação o programa ABAQUS™ calcula as constantes elásticas do material. Estas constantes são determinadas através do método dos mínimos quadrados que minimiza o erro relativo em tensões.

8.4. Simulações Numéricas

8.4.1. Simulação Fole Pneumático

Uma vez que o ABAQUS™ não é um programa vocacionado para desenho, o fole foi modelado no programa CATIA™ (figura 57) e depois transferido para o ABAQUS™.

Posteriormente, foram seguidos todos os passos necessários à configuração do modelo para a modelação numérica, como a criação do material relativo a cada componente, forças e criação da malha de elementos (figura 58).

Para diminuir o tempo de computação foi considerando apenas $\frac{1}{4}$ do modelo.

No entanto, devido à extrema complexidade do modelo, nenhuma das tentativas feitas para completar a simulação resultou.

Pensou-se então em simplificar a geometria do modelo anterior, para tentar que a simulação numérica fosse completada. No entanto, todas as tentativas se revelaram infrutíferas, devido à elevada complexidade da geometria que, mais uma vez, acabou por impedir que a simulação numérica se completasse.

Esta dificuldade, já conhecida de antemão, é causada não só pela complexidade da geometria proposta, mas também pela extrema deformação sofrida pela membrana, pelo que obriga a um elevado poder de cálculo, e que muitas vezes resulta na conclusão da simulação sem que esta se complete.

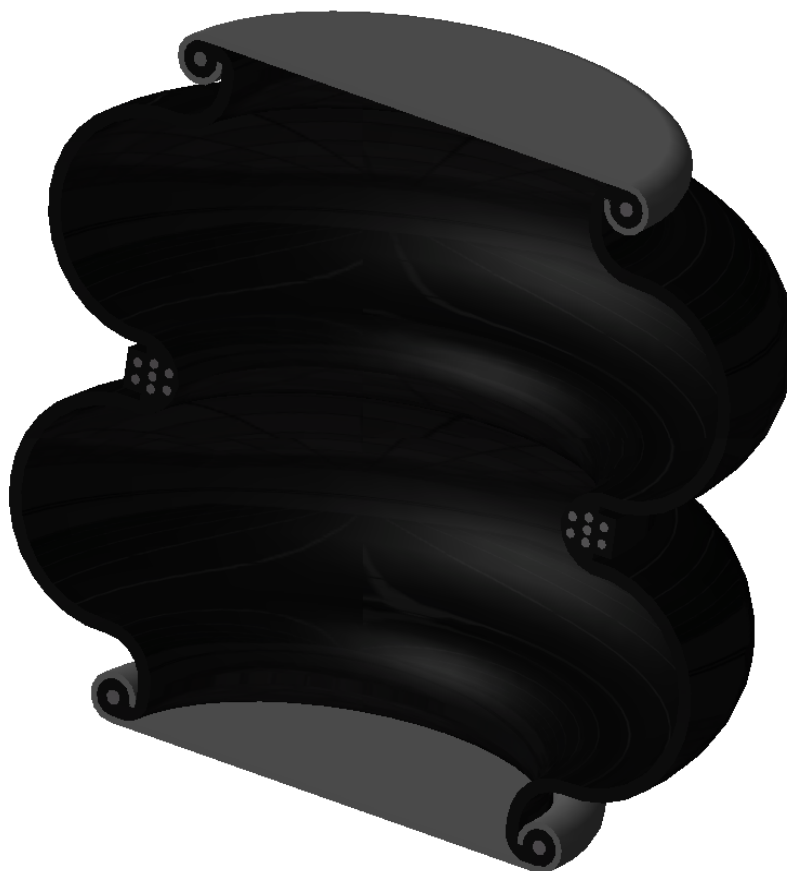


Figura 57 – Fole pneumático modelado em CATIA™.

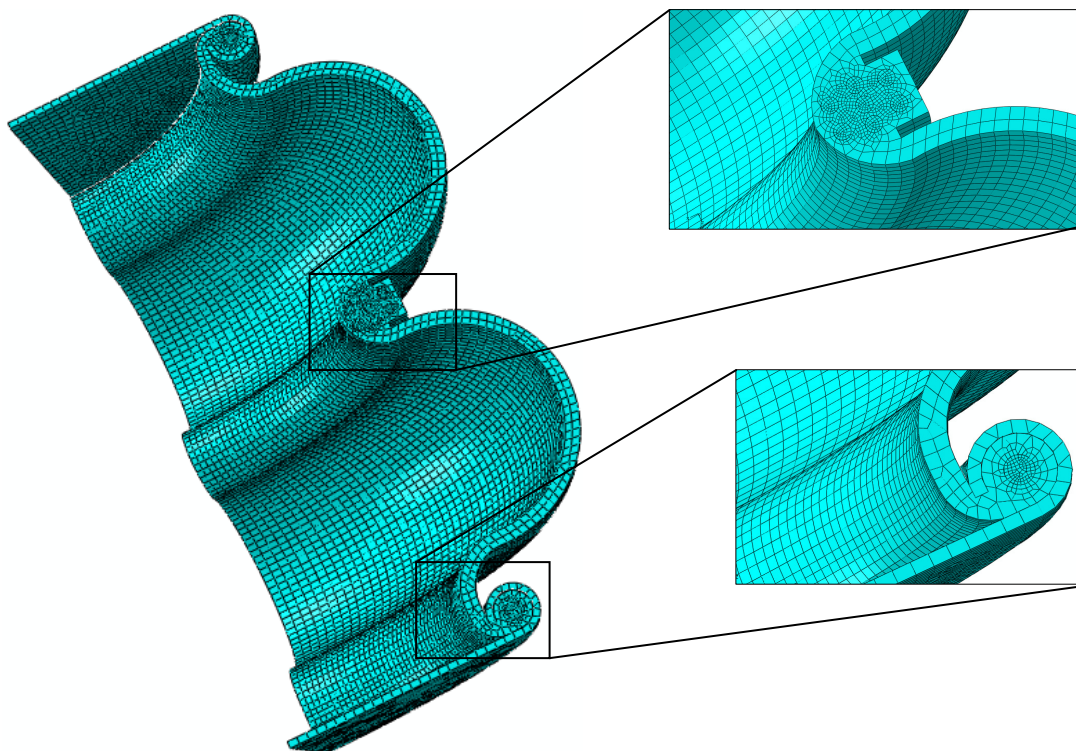


Figura 58 – Malha de elementos de $\frac{1}{4}$ do modelo (1ª tentativa de simulação).

Com todas as dificuldades descritas anteriormente, e com algumas inerentes ao tipo de simulação pretendida, principalmente devido ao tipo de material utilizado (elastómero reforçado), optou-se pela modelação de uma geometria simples (figura 59). Pese embora a sua simplicidade de obtenção, esta ilustra perfeitamente o tipo de acessório utilizado neste trabalho.

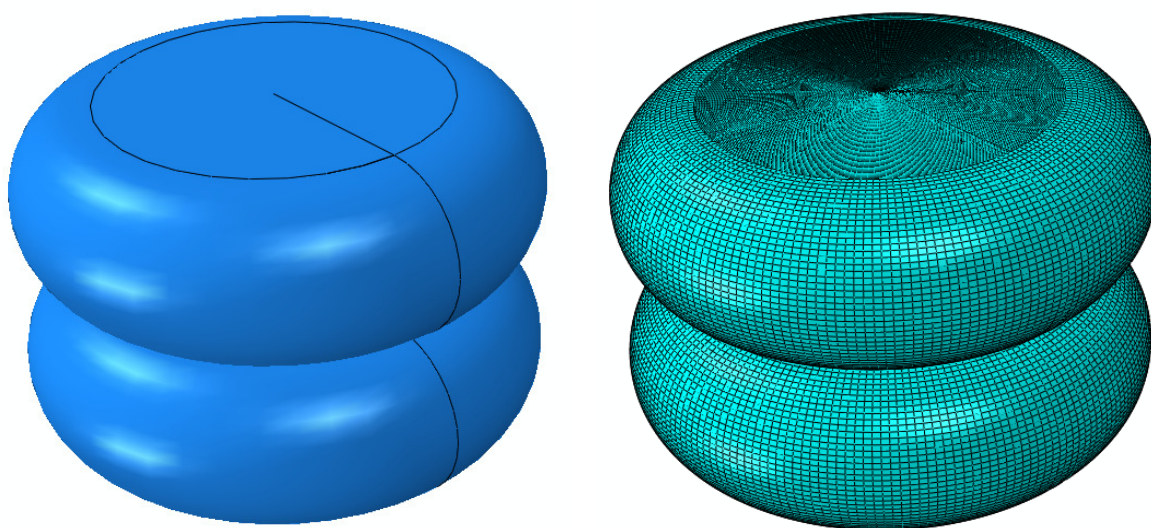


Figura 59 – Modelação e malha de elementos do modelo utilizado nas simulações numéricas.

Como foi visto anteriormente, os modelos hiperelásticos analisados (Ogden e Mooney Rivlin) derivam de formulações diferentes, pelo que é natural que apresentem aproximações e comportamentos distintos entre si.

Assim sendo, é necessário seleccionar o modelo que se aproxime melhor dos resultados experimentais, para que o comportamento do material seja reproduzido com a maior fidelidade possível. Uma vez que cada modelo pode ser usado com diferentes graus de aproximação, é possível concluir-se desde logo que quanto maior for o número de parâmetros usados, melhor será certamente a aproximação aos resultados experimentais. Este elevado número de parâmetros é relacionado normalmente com a crescente não-linearidade da curva experimental, por isso, quanto maior for a não-linearidade, tanto mais elevado deverá ser o grau de aproximação do modelo.

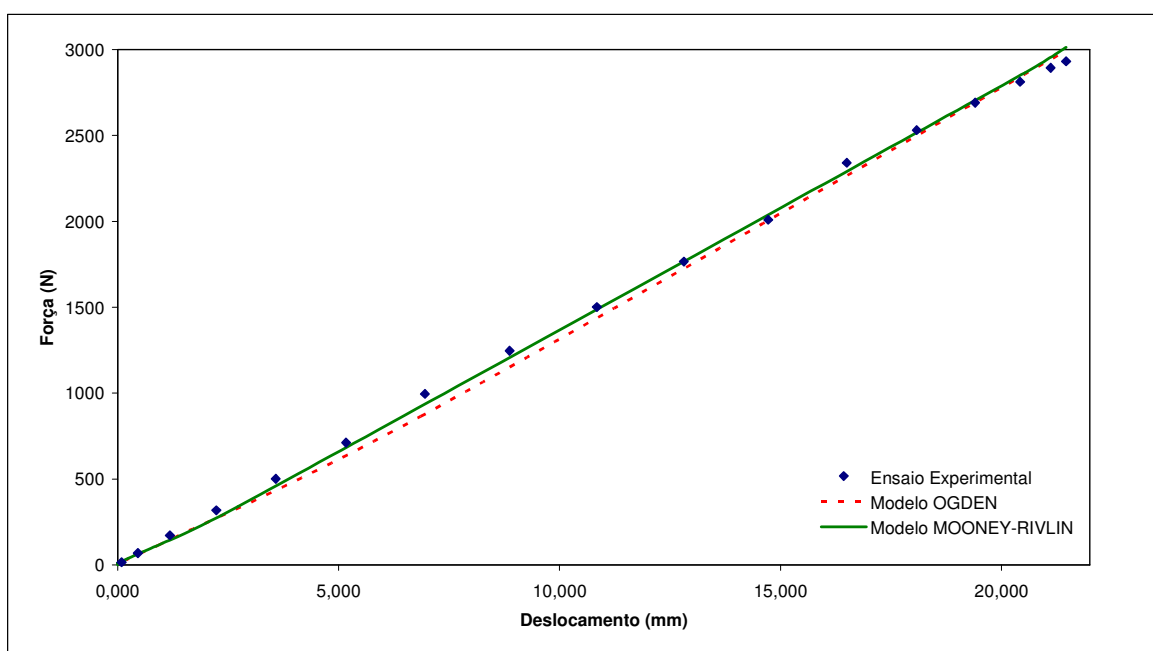


Figura 60 – Comparação entre o ensaio experimental e os modelos simulados numericamente.

Analisando os resultados obtidos (figura 60), verifica-se que os modelos de Mooney-Rivlin e de Ogden têm comportamentos similares. Ainda assim, modelo de Mooney-Rivlin é o que proporciona melhores aproximações. Todavia, deve referir-se, que o mesmo nível de aproximação poderá ser conseguido com o modelo de Ogden. Os modelos poderão ser ainda objecto de optimização, desde que se use um maior número de parâmetros.

A maior dificuldade prende-se com o facto de o material apresentar um comportamento não-linear, o que sugere que as suas características são alteradas a cada instante. Dada tremenda dificuldade na modelação e simulação numéricas do acessório, os resultados obtidos são encorajadores e dão alento para um futuro desenvolvimento nesta área. A meta traçada para esta simulação foi alcançada, já que os resultados obtidos na simulação numérica espelham de maneira inequívoca os experimentais.

8.5. Síntese Capítulo 8

Para simular o comportamento do fole pneumático foi utilizado o Método dos Elementos Finitos e como tal o programa específico de simulação numérica ABAQUS™. Uma vez que se trata de um material hiperelástico, foram utilizadas as leis constitutivas de Mooney-Rivlin e de Ogden no modelo. Uma vez que estas leis necessitam de alguns parâmetros próprios do material, foi necessário recorrer a ensaios de tracção de provetes da membrana do fole pneumático. Os parâmetros de cada lei, obtidos pelo programa, foram utilizados no modelo simulado. Os resultados obtidos premeiam o esforço e dedicação dispendidos na optimização da simulação numérica.

9. CONCLUSÕES

Tal como em todos os outros trabalhos e métodos levados a cabo tanto na área da sísmica, como na indústria automóvel, a técnica desenvolvida apresenta-se como um processo extremamente bem sucedido no estudo do comportamento dinâmico da estrutura tipo membrana – fole pneumático, com larga aplicação na indústria automóvel e ferroviária. A técnica experimental envolvida não precisa de grande sofisticação e como tal de custos elevados. Todas as actividades desenvolvidas neste trabalho foram levadas a cabo sem qualquer investimento de ordem financeira. Todos os acessórios e materiais participantes nos testes por solicitação pseudo-dinâmica eram existentes, o que significou um trabalho com custos insignificantes.

A modelação analítica demonstrou o que se esperava, ou seja, a rigidez do fole pneumático está directamente dependente da pressão no seu interior. Quanto maior a pressão, também maior a rigidez que o fole oferece, sendo esta também dependente da velocidade de variação da solicitação.

No que toca aos resultados experimentais obtidos, estes, mostram uma boa concordância com as simulações totalmente numéricas. Verifica-se por isso que o método inicialmente descrito por Newmark (1959) tem um desempenho fiável e preciso.

Para modelar os elastómeros utilizados foram usados dados experimentais uniaxiais. Tornou-se clara a importância dos dados experimentais utilizados, pela sua posterior contribuição na determinação dos parâmetros para os modelos constitutivos de Mooney-Rivlin e de Ogden.

Este trabalho permitiu ainda averiguar algumas limitações/vantagens dos modelos estudados, tanto a nível de aproximação aos dados experimentais como a nível das suas aplicações práticas.

Apesar das inúmeras dificuldades descritas, a simulação numérica acabou por se revelar um sucesso, na medida em que os resultados obtidos são semelhantes aos experimentais.

10. TRABALHOS FUTUROS

O trabalho desenvolvido nesta dissertação pode ser visto como uma contribuição para o estudo da tecnologia dos foles pneumáticos em geral e dos elastómeros em particular.

Para o futuro, fica em aberto um conjunto de desenvolvimentos nesta matéria principalmente a nível experimental.

É de todo o interesse possuir ferramentas que permitam ensaiar os elastómeros sob diversas condições de deformação, para daí se retirarem dados experimentais que permitam obter os parâmetros materiais. Para conseguir manipular a variação de volume a que alguns elastómeros estão sujeitos, poder-se-ia analisar o efeito da temperatura, isto é, avaliar o comportamento do elastómero quando submetido a diferentes temperaturas. Estes avanços a nível experimental são de todo o interesse, tanto a nível da modelação dos modelos constitutivos dos elastómeros, como a nível prático. Os elastómeros são sensíveis à temperatura e ao meio ambiente em que estão inseridos. Por conseguinte é necessário realizar ensaios experimentais para responder aos problemas da indústria, como por exemplo a degradação da sua estrutura molecular, que faz com que muitas vezes as molas pneumáticas não resistam à fadiga a que estão sujeitas, não só por efeitos mecânicos, mas por interacção com a variação da temperatura, afectando também as propriedades mecânicas de modo cíclico.

REFERÊNCIAS

- [1] S. TIMOSHENKO e S. WOINOWSKY-KRIEGER (1978), *"Theory of Plates and Shells"*, McGraw-Hill Co., NY 2nd Ed
- [2] CENGEL, Y. A. & BOLES, M. A. (1994), *"Thermodynamics: An Engineering Approach"*, McGraw-Hill, NY, 2nd Ed
- [3] TECHNICAL ILLUSTRATION – <http://www.technical-illustrations.co.uk/> (consultado a 27 Março 2009)
- [4] FANCHER, P. S., ERVIN, R.D., WINKLER, C.B., GILLESPIE, T.D. (1986), *"A factbook of the mechanical properties of the components for single-unit and articulated heavy trucks"*, The University of Michigan Transportation Research Institute
- [5] PRESTUS, M. (2002), *"Derivation for Air Spring Model Parameters for Train Simulation"*, Master's Thesis, Lulea University of Technology
- [6] FIRESTONE INDUSTRIAL – <http://www.firestoneindustrial.com/> (consultado a 26 Março de 2009)
- [7] HENDRICKSON, SUSPENSION SYSTEMS – <http://www.hendrickson-intl.com/> (consultado a 20 Maio de 2009)
- [8] SIEMENS AG – <http://w1.siemens.com/entry/cc/en/> (consultado a 5 de Abril de 2009)
- [9] BURNS, R., GRANDE, S., SURVE, S., TRAIN WEB – <http://www.trainweb.org/> (consultado a 25 de Maio de 2009)
- [10] DYM, C. L., SHAMES, I. H. (1973), *"Solid Mechanics: a Variational Approach"*, Mcgraw-Hill
- [11] ROGRIGUES, J. F. D., *"Vibrações Mecânicas"*, Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (DEMEC-FEUP)
- [12] NEWMARK, N. N. (1959), *"A method of computation for structural dynamics"*, Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 85, pp. 67-94
- [13] CLOUGH E PENZIEN, (1992) *"Dynamics of Structures"* McGraw-Hill, 2^a Edition

- [14] CARNEIRO, J., JALALI, S., MELO, F.J.Q., VAZ, M., ANDRÉ, M., TOMÁS, M. (2006), "The use of pseudo-dynamic method in the evaluation of damping characteristics in reinforced concrete beams having variable bending stiffness", *Mechanics Research Communications* Volume 33, Issue 5, September-October 2006, pp. 601-613
- [15] F1 NEWS – <http://www.grandprix.com/> (consultado a 23 Março 2009)
- [16] MAGONETTE G., MOLINA, F. J., TAUCER, F., VERZELETTI, G., RENDA, V. & TOGNOLI P. (1997), "Contribution of the JRC Ispra to the inter-comparison of analysis methods for seismically isolated nuclear structures", *International Post-SMIRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibrations of Structures*, Proc. Intern. Symp., Taormina, Italy
- [17] MOLINA, F. J., VERZELETTI, G., MAGONETTE G., TAUCER, F. (2000). "Dynamic and pseudodynamic responses in a two storey building retrofitted with rate-sensitive rubber dissipators" In: *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*, New Zealand
- [18] CARNEIRO, J.O., MELO, F.J.Q., ROCHA, A. J., PEREIRA, T. (2005), "Pseudo-Dynamic Method for Structural Analysis of Automobile Seats", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Professional Engineering Publishing, Volume 219, 4/2005
- [19] "The Insurance Institute for Highway Safety: a nonprofit research and Communications Organization funded by auto insurers", 1005 N. Glebe Rd., Arlington, Virginia 22201 703/247-1500 – <http://www.iihs.org/> (consultado a 2 de Junho de 2009)
- [20] WILSON, E. L., FARHOOMAND, I., BATHE, K. J. (1977), "Nonlinear dynamics analysis of complex structures", *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pp. 283-292.
- [21] HOUBOLT, J. C. (1950), "A Recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircraft", *Journal Aeronautical Sciences*, Vol. 17, pp. 540-550.
- [22] BATHE, K. J. (1992), "Finite Element Procedures", 2nd Ed, Prentice-Hall Englewood Cliffs, New Jersey
- [23] NUMATICS INC., AIR BELLOWS – <http://www.numatics.com/> (consultado a 22 de Abril de 2009)
- [24] APOSTOL, TOM M. (1972), "Calculus Vol II", Blaisdell Publishing, NY 2nd Ed
- [25] FISH, J., BELYTSCHKO, T. (2007), "A First Course in Finite Elements"
- [26] BUSFIELD, J., MUHR, A. (2003), "Constitutive models for rubber III: proceedings of the Third European Conference on Constitutive Models for Rubber", 15-17 September, London, UK, Edição de Taylor & Francis